A. Hydr.
616

A. hydr. 616

Glünder

G. F.

Abhandlung

über die

Bewegungshindernisse

in den

Krümmungen der Eisenbahnen.

Anwendung dieser Untersuchungen bei näherer Bestimmung der Lage von Eisenbahnlinien, der Einrichtung ihrer Krümmungen und des Transportbetriebes auf denselben.

Zunächst als

Erläuterung zu Pambour's Darstellung dieses Gegenstandes

von

G. F. Glünder,
Ingenieur-Officier.

Hannover.
Im Verlage der Hahn'schen Hofbuchhandlung.
1846.

340-85
Bayerische Staatsbibliothek München

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Die mehr oder weniger zweckmäßige Lage und Beschaffenheit der bei den Eisenbahnen unvermeidlichen Krümmungen veranlassen bekanntlich bei dem Betriebe der Bahnen solche Wirkungen, welche eine aufmerksame Berücksichtigung verdienen. Eine deutliche Einsicht über die Eigenthümlichkeit des Gegenstandes, über die Hülfsmittel, wodurch den möglichen Nachtheilen der Krümmungen vorgebeugt werden kann, so wie über die Bedingungen und Grenzen, innerhalb welcher dieses möglich ist, scheint daher bei der Auswahl der Richtungen, bei dem Baue und bei dem Betriebe der Eisenbahnen ein nothwendiges Erforderniß zu sein.

Vergleicht man aber mit dieser Anforderung den Inhalt der Lehrbücher und sonstigen Schriften über den Eisenbahnbau, so wird man bemerken, wie wenig erledigend das Capitel über die Bahnkrümmungen bisher bearbeitet ist.

Die frühere Behandlung des Gegenstandes beschränkte sich darauf, zu zeigen, es sei in den Bahnkrümmungen die Centrifugalkraft bestrebt, die Wagen gegen die äußere Schiene zu schieben, diesem Umstande aber werde durch die konische Gestalt der Radkränze entgegen gewirkt, und wenn dieses Mittel (besonders bei kleinen Krümmungshalbmessern und großen Geschwindigkeiten) nicht ausreiche, dann sei die äußere Schiene etwas höher als die innere zu legen. Es wurde das Maß dieser Erhöhung der äußern Schiene zur erforderlichen Gegenwirkung gegen die Centrifugalkraft berechnet, und damit war die Darstellung geschlossen.

Aber ungeachtet einer Compensation der Wirkung der Centrifugalkraft durch konische Radkränze und Erhöhung der äußern Schiene, kann und wird gleichwohl in den Bahncurven ein nach Umständen mehr oder weniger beträchtliches Bewegungshinderniß durch schleifende Reibung der Räder entstehen. Die Größe dieses Bewegungshindernisses ist aber theils an sich, besonders in langen oder auf stark steigenden Ebenen belegenen Curven, theils wegen der etwaigen nachtheiligen Wirkungen der Schleifung auf die Schienen und Radkränze, für die Praxis des Bahnbetriebes allerdings beachtenswerth. Jene frühere Behandlung des Gegenstandes ist daher für die Zwecke der Ausübung nicht genügend.

Ohne eine nähere und deutliche Einsicht über die Wirkungen der Bahnkrümmungen auf die Bewegungsverhältnisse der Transporte, kann in vielen Fällen gegebener Terrainbelegenheiten, bei Beurtheilung über die zweckmäßigste, der Bahn zu ertheilende, Lage und Anordnung, nur ein gewisses mehr oder weniger unklares und unsicheres Gutdünken zum Grunde liegen. Dieses aber ist nicht immer durch aufmerksame Berücksichtigung vielfacher an ausgeführten Bahnen gemachten Erfahrungen unterstützt, wenigstens gegen sehr nachtheilige Irrthümer gesichert.

Auch Pambour's berühmte Schrift über die Lokomotive behandelt die Wirkungen der Bahnkrümmungen mit auffallender Flüchtigkeit. Wiewohl die Behandlung dieses Gegenstandes im Plane jenes Werkes nicht eigentlich nothwendig sein mag, so ist es mindestens als ein Uebelstand zu betrachten, daß jene ausgezeichnete und vielfach benutzte Schrift, über die Bahnkrümmungen Sätze enthält, aus denen füglich entnommen werden kann, daß bei allenfalls erforderlicher Erhöhung der äußern Schiene, die Bahnkrümmungen ohne nachtheilige Einwirkungen auf die Transportverhältnisse sind.

Wenn nun die tägliche Erfahrung den Empirikern dieses allerdings als unrichtig herausstellt, so scheint es dagegen, daß eine sehr übertriebene Vorstellung von den Nachtheilen gekrümmter Bahnstrecken nicht selten bei ihnen sich offenbaret, welche, im Falle die wissenschaftlich technischen Seiten einer Eisenbahnanlage von solchem Urtheile abhängig gemacht werden, unter

mancherlei Umständen kleinere oder größere, zum Theil für immer unverbesserliche Benachtheiligungen der ganzen Bahnanlage zur Folge haben kann. Dahin gehört etwaige unnöthige Vermehrung der Baukosten durch größere Erdarbeiten, Erbauung von Brücken 2c., welche bei einer geeigneten Wendung der Bahnlinie vermeidlich gewesen wären; auch können dadurch die künftigen Betriebsverhältnisse und Reparaturkosten der Bahn, wegen stark geneigter Ebenen, langer und tiefer Einschneidungen, in denen die Bahn der Feuchtigkeit und dem Anhäufen des Schnees ausgesetzt ist, u. dgl. in Nachtheile versetzt werden, welche ursprünglich sehr wohl vermeidlich gewesen wären.

Es ist unter Anderm die Folge jener übertriebenen Vorstellung von den Nachtheilen der Krümmungen in den Bahnen, wenn so häufig die möglichste Größe des Krümmungshalbmessers für das Ideal einer vortrefflichen Bahncurve gehalten, und diese Ansicht, in ihrer großen Einfachheit, gelegentlich über eine zweckmäßige Grenze hinaus in Anwendung gebracht, die Veranlassung zu mancherlei Mißgriffen bei der allgemeinen Anordnung der Bahnlinien geben kann. So sieht man z. B. wie unmittelbar vor einem Bahnhofe, wo also immer sehr langsam gefahren wird, auf einer fast horizontalen Ebene, eine leicht zu erlangende Curve mit 3000 Fuß Halbmesser für zu stark gekrümmt gehalten wurde, um mit Ueberwindung erheblicher Terrainschwierigkeiten und mit großen Kosten, daselbst eine Curve mit 5000 Fuß Halbmesser zu bauen. Aber schon die bloße Empirie hat in einer großen Anzahl von Fällen längst ergeben, und aus den nachstehenden Untersuchungen sind die Gründe dafür in Zahlengrößen zu entnehmen, daß bei der geringen Geschwindigkeit, welche die Bahnzüge unmittelbar vor einem Bahnhofe stets besitzen, die Halbmessergröße 3000 Fuß mehr als hinlänglich ist. Jene Kostenvermehrung nebst der gleichzeitigen Verlängerung der gekrümmten Bahnstrecke um ⅔ ihrer Länge, erscheint daher als eine völlig überflüssige Benachtheiligung der betreffenden Bahnanlage.

Anderswo bemerkt man durch die Terrainbildung die Möglichkeit gegeben, zwischen zwei Städten eine Eisenbahnlinie zu erbauen, welche fast in ihrer ganzen Länge über einen ebenen,

beinahe horizontalen Boden zieht, in welcher aber zwei etwas erhebliche Richtungsänderungen sich befinden, indem die Curven zwischen den Schenkeln der Winkel von etwa 150 Graden zu erbauen wären, für deren Halbmesser eine Länge von 5000 Fuß, bei Lage der Curven auf völlig horizontaler Ebene ohne Schwierigkeit angewendet werden konnte, und wobei in der ganzen 6 Meilen langen Bahn, mit sehr mäßigen Erdarbeiten, fast gänzlich in niedrigen Dämmen, nirgend eine stärkere Steigung, als etwa $1/_{900}$ erforderlich war.

Um jedoch diese beiden Curven und eine Mehrlänge der Bahn von 50 bis 70 Ruthen zu vermeiden, wählte man eine mehr gradlinige Richtung über eine nicht geringe Erhebung des Bodens, vollführte nicht unbeträchtliche Erdarbeiten, zum Theil durch Ausgrabung zweier stellenweis bis 16 Fuß tiefen, 1400 und 2000 Schritte langen Einschneidungen, erzeugte unmittelbar o b e r h a l b eines Bahnhofes in $1/_{6}$ geographische Meile Länge die Steigung $1/_{350}$, und am jenseitigen Abhange der Anhöhe in $1/_{3}$ Meile Länge die Neigung $1/_{300}$. In der Meinung, durch solche stark steigende aber geradlinige Bahnstrecken eine Verbesserung der Transportverhältnisse zu erlangen.

Aber außer der Entstehung eines weit größeren Bewegungshindernisses in der betreffenden Gegend der Bahn, nebst der nachtheiligen und wenn möglich zu vermeidenden Lage eines Bahnhofes am Fuße einer stark geneigten Ebene, entspringt unter den dortigen Umständen daraus die Nothwendigkeit, die Bahnlinie mit Dampfwagen befahren zu müssen, welche um fast die Hälfte schwerer sind, wie es in der Regel erforderlich gewesen wäre bei gehöriger Benützung der im Allgemeinen sehr ebenen Bodenoberfläche. Der größere Feuerungsbedarf zu Mitschleppung einer 80 bis 120 Centner betragenden Vermehrung des Dampfwagengewichts, und die durch den Druck so schwerer Dampfwagen entstehende schnellere Abnutzung der Bahnschienen, so wie die beträchtliche Vergrößerung der Schwierigkeiten und Kosten für Erhaltung der genauen Lage der Schienen an ihren Stößen, deren Mangelhaftigkeit auf den Mechanismus des Dampfwagens rc. verderblich einwirkt, sind außer Beachtung geblieben. Vielmehr sind diese Wirkungen ganz einfach der Betriebscasse

überwiesen, wo ihr wirklicher Betrag, mit andern unvermeidlichen Ausgaben derselben Art gänzlich vermengt, in der jährlichen Abrechnungsbilanz niemals deutlich zum Vorscheine kommt, insofern also verschwindet, wie groß auch das zu Ersteigung stark geneigter Bahnebenen erforderliche Gewicht der Dampfwagen sein möge. Ein Umstand, aus welchem überhaupt beliebige naive Folgerungen über die Unschädlichkeit stark steigender Bahnebenen abgeleitet werden können.

Ohne hier noch mehrere dahin gehörende Beispiele aus der Praxis des Eisenbahnbaues anzuführen, wird aus dem Vorstehenden schon deutlich genug im Allgemeinen zu entnehmen sein, wie leicht erhebliche Benachtheiligungen der Interessen von Eisenbahnanlagen aus unrichtiger Beurtheilung der Wirkungen von Eisenbahnkrümmungen entstehen können, und wie dieser Gegenstand für den Bau der Eisenbahnen eine weit größere Bedeutung besitzt, als man ihm häufig beilegt.

Seit dem Erscheinen der hier erwähnten Schrift von Pambour und der darin enthaltenen Darstellung dieses Gegenstandes, ist derselbe in den technischen Schriften zwar mehrfach angeregt, auch ist namentlich von französischen Ingenieurs in späterer Zeit die Wichtigkeit und Verwickelung desselben vollständiger als von Pambour aufgefaßt und wissenschaftlichen Betrachtungen unterzogen. Jedoch, wie es scheint, ist das Problem bisher nicht auf eine der Praxis genügende Art erledigt. Unter andern findet sich z. B. eine nähere Bearbeitung desselben in den Annales des ponts et chaussées, T. VI. 1843. Indem dabei aber eine cylindrische Gestalt der Radkränze angenommen, das eigenthümliche und wichtige Element des Eisenbahnrades, nämlich die konische Gestalt des Radkranzes und deren vortheilhafte Wirkung zur Verhütung des Anstreifens der Spurkränze, überall nicht berücksichtigt ist, sind daher Resultate erhalten, welche für die Praxis, die mit gutem Grunde konische Radkränze gebraucht, eine Anwendbarkeit nicht besitzen.

Die nachstehenden Betrachtungen der bei Bewegung in den Bahncurven entstehenden Verhältnisse, ursprünglich nur zu Aufklärung des eigenen Urtheiles im rein praktischen Gesichtspunkte schon vor mehreren Jahren niedergeschrieben, können bis zum etwaigen

künftigen Erscheinen einer vollständigern Bearbeitung vielleicht dazu beitragen, die Eigenthümlichkeit dieses Gegenstandes auf eine den Erfordernissen des Baues und des Betriebes der Eisenbahnen entsprechende Art mehr zu verdeutlichen, und dadurch in manchen Fällen einigen Nutzen zu gewähren.

Erster Abschnitt.

Bewegung in Bahnkrümmungen, wenn die äußere und innere Schiene in gleicher Höhe liegen.

§. 1. Bei der eigenthümlichen Gestalt der Radkränze an den Eisenbahnwagen entsteht bekanntlich in den Bahnkrümmungen, als Wirkung der Centrifugalkraft, ein Hinüberschieben der Wagen gegen die äußere Schiene, und dadurch eine Wälzung der Last auf Kreisumfängen, welche für die äußern und innern Räder verschieden große Durchmesser besitzen und mithin in der Oberfläche eines Kegels liegen, dessen Axe mit der Axe der Räder zusammenfällt.

Je weiter die Räder durch die Centrifugalkraft nach Außen geschoben werden, je größer wird der Winkel, welchen die Lage der Kegelaxe mit der Horizontalen bildet, und um so kleiner wird die Länge dieser Kegelaxe.

Anfänglich, und um den Gegenstand zuerst in seiner einfachsten Gestalt zu betrachten, kann die Voraussetzung gemacht werden, die äußern und innern Schienen der Bahncurve liegen in gleicher Höhe, so daß also jene Kegelfläche auf einer horizontalen Unterstützung ihre rollende Bewegung vollführt.

Das Bestreben dieses Kegels, sich nach der innern Seite der Curve zu bewegen, bildet die Gegenbestrebung gegen die Centrifugalkraft.

Die Größe der Centrifugalkraft entsteht auf bekannte

Weise, aus der Größe der Bewegungsgeschwindigkeit und aus der Größe des Krümmungshalbmessers der Curve.

Bezeichnet P das Gewicht der Achse, ϱ den Krümmungshalbmesser, v die Geschwindigkeit in einer Secunde, g die beschleunigende Kraft der Schwere, so hat die Centrifugalkraft einer solchen Achse bekanntlich die Größe $= \frac{Pv^2}{g\varrho}$.

Je größer die Centrifugalkraft ist, um so größer wird der Winkel, welchen die Kegelaxe mit der Horizontalen bildet. Dabei ist es an sich gleichgültig, ob die konische Neigung der Räderkränze gegen die Radebene größer oder kleiner ist, vorausgesetzt nur, daß bei flächer geneigten Radkränzen die Breite derselben und der Spielraum der Räder zwischen den Schienen und Spurkränzen hinlänglich groß ist, um ein so bedeutendes zur Seiteschieben der Räder zu gestatten, damit die Axe des Kegels, welches zugleich die Axe der Räder ist, diejenige Neigung gegen die Horizontale annehmen könne, welche zu Aufhebung der Wirkung der Centrifugalkraft erforderlich ist.

Es dient zu Vereinfachung des Verfahrens bei Ableitung der allgemein gültigen Verhältnisse des Gegenstandes, wenn auf die in der Praxis übliche beschränkte Größe des Spielraumes der Räder und auf das gewöhnlich angenommene bestimmte Neigungsverhältniß der Radkränze gegen die Radebene vorläufig nicht Rücksicht genommen wird; sondern erst später die gefundenen allgemeinen Beziehungen denjenigen Modificationen unterzogen werden, welche die in Praxis aus anderweitigen Gründen als zweckmäßig angenommene Beschränkung des Spielraumes, bei einer bestimmten meist üblichen Neigung der Radkränze, erforderlich macht.

§. 2. Wenn in einer Curve von gegebenem bestimmtem Krümmungshalbmesser die beiden Räder einer Achse eine solche Lage haben, daß während einer Umdrehung jedes Rad auf seiner Schiene eine Länge des Weges zurücklegt, welche genau die Länge der Peripherie des Rades für den in dieser Lage der Achse wirksamen Raddurchmesser ist, so besitzen beide Räder eine rein wälzende Bewegung. Dieser Fall kann nur Statt finden, wenn die Spitze des Kegels, in dessen Oberfläche die beiden

tragenden Radperipherien liegen, mit dem Mittelpunkte der Curve zusammenfällt, oder eigentlicher ausgedrückt, wenn die Länge dieser Kegelaxe der Länge des Krümmungshalbmessers gleich ist.

Denn alsdann stehen die Längen der beiden tragenden Radperipherien in demselben Verhältnisse zu einander, wie die Längen der beiden Schienenstränge; weil die beiden tragenden Raddurchmesser in demselben Verhältnisse zu einander sich befinden, wie die beiden Halbmesser, mit welchen der äußere und der innere Schienenstrang beschrieben sind. Findet aber eine rein wälzende Bewegung beider Räder Statt, so ist das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0, in allen andern Fällen entsteht eine theilweise Schleifung der Räder und dadurch ein von der Bahnkrümmung erzeugtes Bewegungshinderniß.

Befinden sich die Räder in der Lage, wobei die Länge der Axe des Kegels in dessen Fläche die beiden tragenden Radperipherien liegen, dem Krümmungshalbmesser der Curve gleich ist, also beide Räder eine rein wälzende Bewegung besitzen, und es wird alsdann die Achse der Räder mehr nach Außen geschoben, so wird die Peripherie des äußern Rades größer, die des innern Rades kleiner. Hat also dann das äußere Rad eine Umdrehung gemacht, und dadurch eine gewisse Länge des äußern Schienenstranges zurückgelegt, so kann die entsprechende Länge des innern Schienenstranges, durch bloße Wälzung des innern Rades nicht gänzlich zurückgelegt sein, dasselbe muß vielmehr einen Theil seines Weges schleifend zurückgelegt haben. Wäre dagegen die Achse der Räder aus ihrer anfänglichen Lage mehr nach der innern Seite der Curve geschoben, so wird die Peripherie des innern Rades größer, die des äußern Rades kleiner. Mithin muß in diesem Falle das äußere Rad einen Theil seines Weges schleifend zurücklegen.

Es ist zu bemerken, daß im Verlaufe der nachstehenden Untersuchung, zu Vereinfachung des Ausdruckes, stets angenommen ist, es werde nur das e i n e der beiden an einer Achse befestigten Räder geschleift, nämlich dasjenige, welches im Sinne der Bewegungsrichtung geschleift werden muß. Es ist für die Größe des Resultates, hinsichtlich des aus solcher schleifenden

Bewegung entspringenden Bewegungshindernisses, völlig gleichgültig, ob dieses in der Wirklichkeit genau so Statt finde, oder ob jenes Rad nur einen geringeren Theil seines Weges vorwärts, dagegen das andere Rad um den übrigen Betrag auf seiner Schiene rückwärts geschleift werde, weil man beide Räder mit gleicher Last beladen annehmen darf.

Pambour berechnet, wenn bei gewöhnlich üblicher Gestalt der Radkränze, nämlich bei $\frac{1}{7}$ Neigung ihrer konischen Fläche gegen die Normale der Radebene und bei $\frac{1}{2}$ Zoll Spielraum des Spurkranzes für jedes Rad in seiner Stellung auf dem ursprünglichen Raddurchmesser, dessen Länge 3 Fuß angenommen, die Achse durch Centrifugalkraft so weit nach Außen geschoben ist, daß der Spurkranz des äußern Rades die äußere Schiene berührt, so entsprechen die Peripherien der beiden alsdann wirkenden Raddurchmesser der Oberfläche eines Kegels von 592 Fuß Länge seiner Axe.

Wenn also der Krümmungshalbmesser auch nur 592 Fuß Länge hätte, so würde bei derjenigen Lage der Räder, bei welcher der äußere Spurkranz dicht an der äußern Schiene sich befindet, aber ohne dieselbe schon wirklich anzustreifen, gleichwohl die innere Schiene, verglichen mit der äußern Schiene, noch hinlängliche Länge besitzen, um eine theilweis schleifende Bewegung des äußern Rades zu vermeiden. Wenn aber bei noch kleinerem Krümmungshalbmesser, die Achse eine solche Lage hat, daß der äußere Spurkranz die äußere Schiene berührt, so erfordert die Länge des innern Schienenstranges, welche durch eine Umdrehung des innern Rades zurückgelegt wird, eine correspondirende Länge des äußern Schienenstranges, welche größer ist, als die tragende Peripherie des äußern Rades, und mithin muß alsdann das äußere Rad einen Theil seines Weges schleifend zurücklegen.

Es ist unverkennlich, daß dieses das bestehende Sachverhältniß sei.

In dieser Beziehung ist es gestattet, wenn Pambour diese Länge, wofür derselbe aber zur Sicherheit 1000 Fuß annimmt, als die kleinste zuläßige Länge des Krümmungshalb-

messers ansieht, wenn die äußere Schiene nicht höher als die innere Schiene liegt.

Dabei aber kommen im Laufe jener Betrachtungen folgende Sätze vor: „Auf allen Krümmungen also, worauf sich „der Wagen um eine hinreichende Größe seitwärts bewegen „kann, wird der Einfluß der Krümmung aufgehoben.“

Ferner der Satz: „Die Krümmungen, deren Halbmesser „nicht kleiner als 1000 Fuß ist, können also ohne Nachtheil „bei Eisenbahnen angewendet werden.“

Diese Sätze können leicht zu erheblich irrigen Vorstellungen über den Gegenstand Veranlassung geben.

§. 3. Zunächst hat die Auffindung jenes Krümmungshalbmessers von 592 Fuß nur eine secundaire Bedeutung, wovon späterhin im §. 22 die Rede sein wird.

Vielmehr ist es schon im Voraus, und ohne in den näheren Zusammenhang der einwirkenden Verhältnisse eingegangen zu sein, sehr einfach als allgemein gültig zu erkennen, daß es für einen bestimmten Krümmungshalbmesser, nur eine bestimmte Lage der beiden Räder auf den Schienen geben kann, bei welcher die Spitze des Kegels, in dessen Fläche die beiden tragenden Radperipherien liegen, mit dem Mittelpunkte der Bahnkrümmung zusammenfällt.

Diese einzige Lage der beiden Räder auf den Schienen hängt ab von der Größe der Centrifugalkraft, und wenn der Krümmungshalbmesser bestimmt ist, also nur von der Größe der Bewegungsgeschwindigkeit in der Bahnkrümmung.

Mithin kann es für jeden Krümmungshalbmesser nur eine einzige bestimmte Geschwindigkeit geben, wobei beide Räder einer Achse eine rein wälzende Bewegung besitzen.

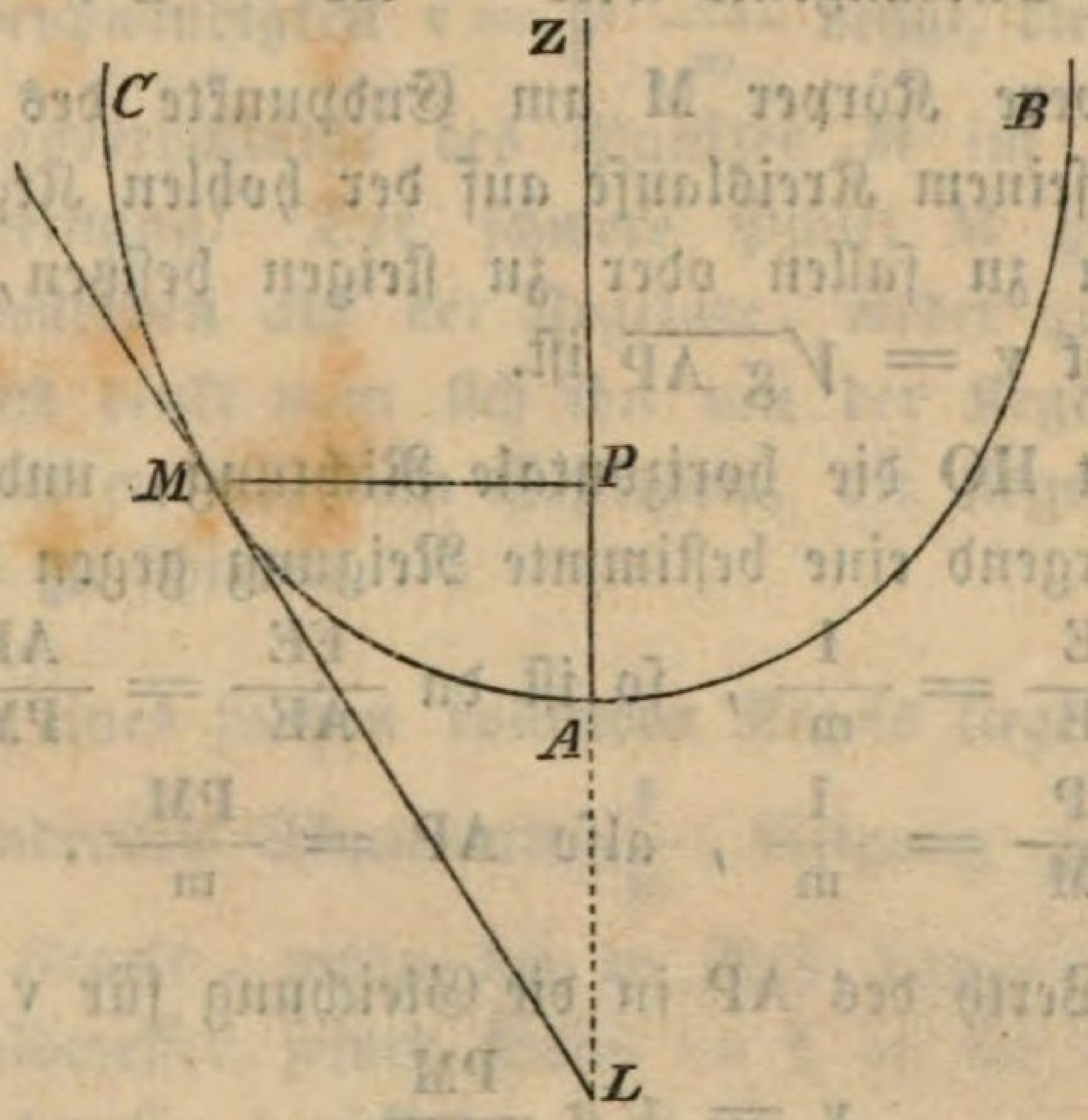
Wird die Geschwindigkeit größer als diese bestimmte, so werden die Räder mehr nach Außen geschoben, und in Folge davon muß das innere Rad einen Theil seines Weges schleifend zurücklegen. Wird dagegen die Geschwindigkeit kleiner als diese bestimmte, so nähern sich die Räder mehr der innern Schiene, und alsdann muß das äußere Rad einen Theil seines Weges schleifend zurücklegen.

Hieraus aber folgt nicht das Umgekehrte, nämlich, daß es

für verschieden große Krümmungshalbmesser, auch nothwendig verschiedene Geschwindigkeiten sind, wodurch die Spitze des Radkegels genau in den Mittelpunkt der Bahnkrümmung gebracht wird. Denn indem bei derselben Geschwindigkeit der Krümmungshalbmesser größer gemacht wird, und die Centrifugalkraft daher abnimmt, entfernt sich der Spurkranz des äußern Rades mehr von der äußern Schiene, und der Spurkranz des innern Rades nähert sich mehr der innern Schiene, wodurch also die Axe des Radkegels länger wird, so daß also vielleicht bei derselben Geschwindigkeit die Spitze des Kegels mit dem Mittelpunkte der Bahnkrümmung, deren Halbmesser länger geworden ist, dennoch zusammenfallen könnte.

Der ganze Gegenstand erfordert daher eine nähere Untersuchung und Ermittelung der dabei eintretenden Verhältnisse, um in vorkommenden Fällen ihre Bedeutsamkeit bestimmen, und etwa dienlicher Anordnungen treffen zu können.

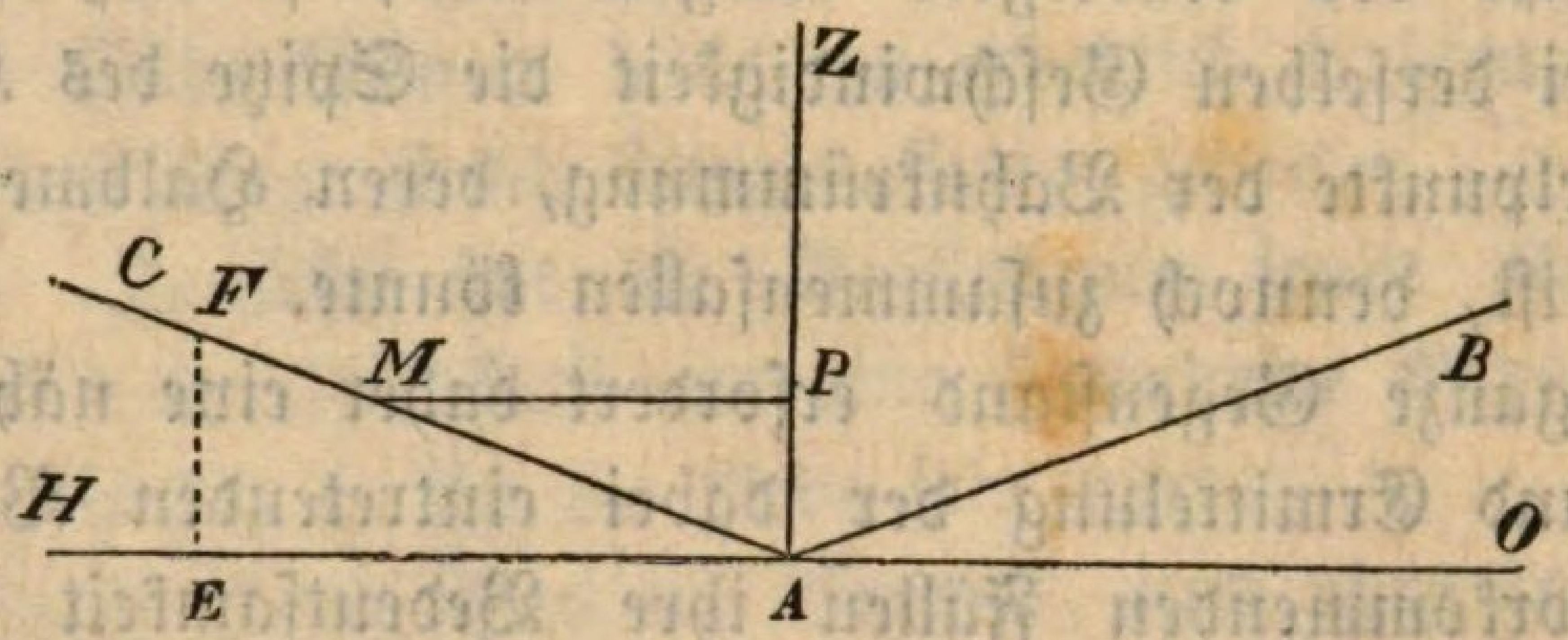
Fig. 1.



§. 4. Ist eine körperliche Fläche durch Umdrehung irgend einer Linie CAB in Fig. 1. um die verticale Achse Az entstanden, wobei die Abscisse AP = x, die Ordinato PM = y ist, und wird ein schwerer Körper M auf diese Fläche gelegt, welchem rechtwinklig gegen die Ebene MPA eine Geschwindigkeit v ertheilt ist, so wird in dem Falle der Körper M seine

Bahn unverändert im Kreise vom Halbmesser PM = y beschreiben, wenn die Geschwindigkeit die Größe $v = \sqrt{g \frac{y\,dx}{dy}}$ besitzt, wobei $\frac{y\,dx}{dy}$ bekanntlich der Werth der Subtangente PL für den Punkt der Curve in M ist, und g = 33 Fuß Englisch, die Beschleunigung der Schwerkraft bedeutet.

Fig. 2.



Ist die um Az in Fig. 2 gedrehte Linie eine gerade Linie AB, so wird die erzeugte körperliche Fläche eine Kegeloberfläche und die Subtangente wird = AP = x.

Der schwere Körper M am Endpunkte des Halbmessers PM wird bei seinem Kreislaufe auf der hohlen Kegelfläche, also kein Bestreben zu fallen oder zu steigen besitzen, wenn seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{g\ AP}$ ist.

Bezeichnet HO die horizontale Richtung, und hat die Kegelfläche AC irgend eine bestimmte Neigung gegen den Horizont $= \frac{FE}{AE} = \frac{1}{m}$, so ist da $\frac{FE}{AE} = \frac{AP}{PM}$,

daher $\frac{AP}{PM} = \frac{1}{m}$, also $AP = \frac{PM}{m}$.

Diesen Werth des AP in die Gleichung für v gesetzt, giebt

$$v = \sqrt{g \frac{PM}{m}}.$$

Die Länge PM welche der Halbmesser der vom Körper M durchlaufenen Kreisbahn ist, werde in dieser Beziehung mit ϱ bezeichnet, so hat man also jene Bedingungsgleichung

$$v = \sqrt{\frac{g\varrho}{m}} \text{ oder } v^2 = \frac{g\varrho}{m}.$$

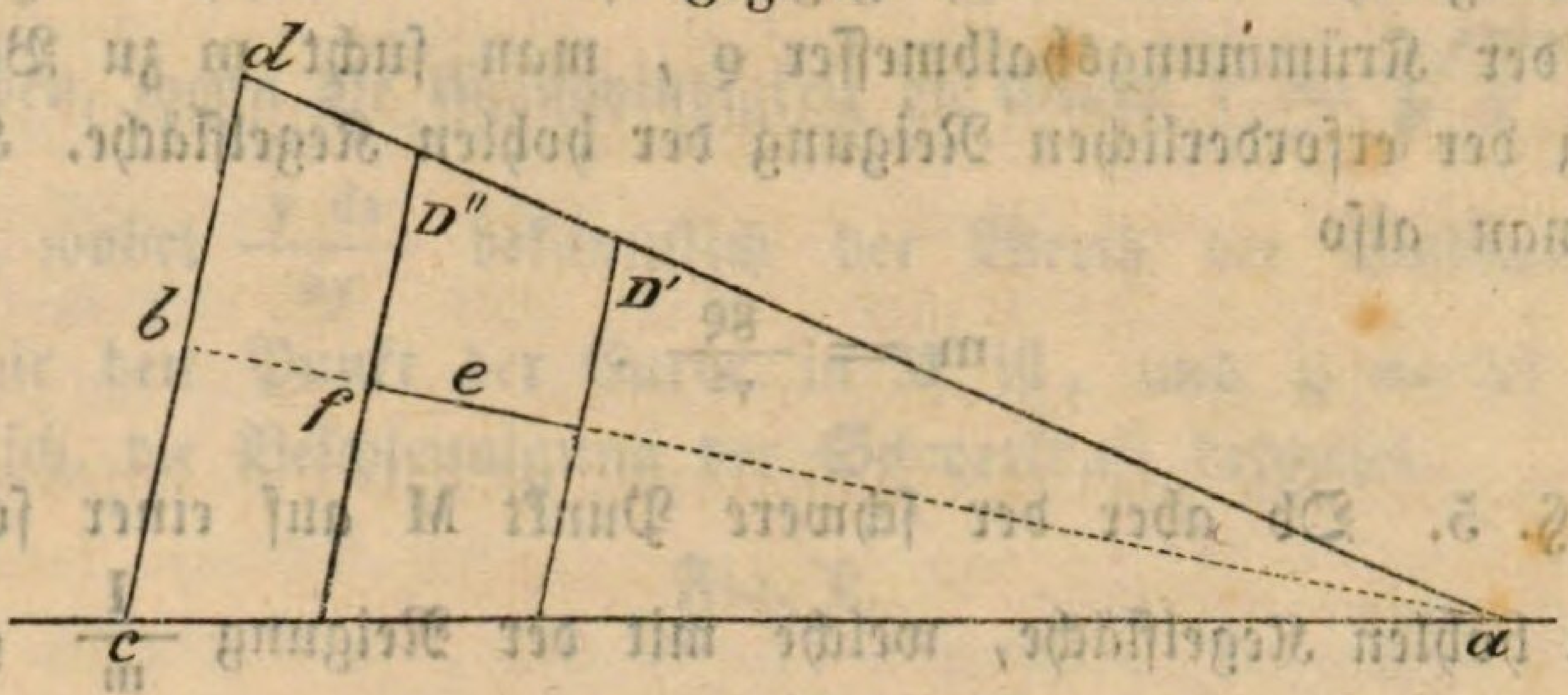
Umgekehrt kann auch gegeben sein die Geschwindigkeit v und der Krümmungshalbmesser ϱ, man sucht m zu Bestimmung der erforderlichen Neigung der hohlen Kegelfläche. Hiezu hat man also

$$m = \frac{g\varrho}{v^2}.$$

§. 5. Ob aber der schwere Punkt M auf einer solchen festen hohlen Kegelfläche, welche mit der Neigung $\frac{1}{m}$ gegen die Horizontale gerichtet ist, jene Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{g\varrho}{m}}$ besitzt, oder ob man diesen Punkt M in der Axe eines Kegels angebracht denkt, dessen Seitenfläche mit $\frac{1}{m}$ Neigung gegen die Kegelaxe gerichtet ist, und welcher, auf horizontaler Unterlage um seine Spitze sich drehend, mit solcher Geschwindigkeit gerollt wird, daß dabei der Punkt der Kegelaxe, in welchem M sich befindet, jene Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{g\varrho}{m}}$ besitzt, dieses erzeugt für die Bewegungsverhältnisse des Punktes M im Raume völlig dieselbe Erscheinung. Der schwere Punkt M hat in solchem Falle kein Bestreben auf der Kegelaxe, weder zu steigen noch zu sinken; und denkt man sich ihn mit der Kegelaxe fest verbunden, so hat er also kein Bestreben, die Kegelaxe aufwärts oder abwärts zu schieben.

Die Axe eines solchen rollenden Kegels liegt aber in dem hier Statt findenden Sinne mit $\frac{1}{m}$ Neigung gegen die Seitenfläche des Kegels, wenn bei m Fuß Länge seiner Axe = ab, der Halbmesser seiner Basis = 1 = bc in Fig. 3 ist, also der Durchmesser derselben = 2 ist.

Fig. 3.



Wird ein solcher Kegel, Fig. 3, geschnitten durch parallele Ebenen die e Fuß von einander entfernt sind, und rechtwinklich gegen die Axe liegen, so ist der Durchmesser D'' der dadurch entstehenden größeren Kreisfläche um $\frac{2e}{m}$ Fuß größer als der Durchmesser D' der kleineren Schnittfläche. Setzt man hier für m seinen Werth $m = \frac{g\varrho}{v^2}$, so ist also der größere Durchmesser $D'' = D' + \frac{2ev^2}{g\varrho}$ und der kleinere Durchmesser $D' = D'' - \frac{2ev^2}{g\varrho}$.

Läßt man D'' in seiner Lage beharren, entfernt aber die zweite schneidende Ebene, so daß also e größer wird, so wird dadurch D' kleiner, und an der Spitze des Kegels wird $D' = 0$.

Setzt man also in die Gleichung $D' = D'' - \frac{2ev^2}{g\varrho}$ für D' den Werth $= 0$, so findet sich dadurch derjenige Werth des e, welcher die Entfernung der Spitze des Kegels von der untern Schnittfläche angiebt, d. h. die Länge der Kegelaxe von der untern Schnittfläche angerechnet; also
$0 = D'' - \frac{2ev^2}{g\varrho}$ giebt diesen Werth des $e = D'' \frac{g\varrho}{2v^2} = af$ in der Fig. 3.

§. 6. Wendet man Vorstehendes auf die Bewegung einer

Achse in einer Bahnkrümmung an, so bedeutet der schwere Punkt M, welcher mit der Kegelaxe fest verbunden ist, den Schwerpunkt der belastet gedachten Achse.

D'' ist der Durchmesser des äußern Rades,

D' ist der Durchmesser des innern Rades.

Der ursprüngliche Raddurchmesser, derjenige für geradlinige Bahnstrecken werde mit D bezeichnet, und seine Größe ist der Mittelwerth zwischen D'' und D' oder

$$D = \frac{D'' + D'}{2},$$

und wenn für D'' der obige Werth $= D' + \frac{2ev^2}{g\varrho}$ gesetzt wird, ergiebt sich

$$D = D' + \frac{ev^2}{g\varrho} \text{ also auch}$$

$$D' = D - \frac{ev^2}{g\varrho} \text{ eben so auch}$$

$$D'' = D + \frac{ev^2}{g\varrho}.$$

Dadurch ergeben sich also die wirkenden Durchmesser des innern und äußern Rades, wenn

der ursprüngliche Raddurchmesser D,
der Krümmungshalbmesser ϱ,
die Geschwindigkeit v
und der Abstand der tragenden Punkte der beiden Schienen e bekannt sind.

Im vorigen §. ist die Höhe des rollenden Kegels vom äußern Rade angerechnet gefunden $af = \frac{D''g\varrho}{2v^2}$; hierin für D'' den Werth $= D + \frac{ev^2}{g\varrho}$ gesetzt, findet sich $af = \frac{Dg\varrho}{2v^2} + \frac{e}{2}$.

Bei den Bahncurven aber wird die Höhe des rollenden Kegels, eben so wie die Länge des Krümmungshalbmessers, gewöhnlich nicht vom äußern Rade, sondern von der Mitte der Bahn angerechnet, so wie man auch in den Curven die Ge-

schwindigkeit v auf den Mittelpunkt der Achse bezieht; man muß hier also $\frac{1}{2}$ e von der Größe af abziehen, um die Kegelhöhe von der Mitte der Bahn angerechnet zu erhalten, diese ist also $= \frac{Dg\varrho}{2v^2}$; dieselbe werde zur Abkürzung mit h bezeichnet, also:

$$h = \frac{Dg\varrho}{2v^2}.$$

§. 7. In dem Falle, wenn die Höhe des rollenden Kegels mit der Länge des Krümmungshalbmessers übereinstimmt, werden beide Räder eine rein wälzende Bewegung auf ihren Schienen besitzen, in allen andern Fällen aber wird eines der Räder theilweise geschleift.

Wird also die Höhe h des rollenden Kegels dem Krümmungshalbmesser gleichgesetzt, um die Größe der Geschwindigkeit zu finden, wobei dieses Statt findet, so ist

$\frac{Dg\varrho}{2v^2} = \varrho$ und die Größe dieser Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{Dg}{2}}$.

Es ist zu bemerken, daß in diesem Ausdrucke nicht die Größe des Krümmungshalbmesser enthalten ist, woraus also folgt, daß für sämmtliche Krümmungshalbmesser einer Bahn, wenn äußere und innere Schienen in gleicher Höhe liegen, es nur eine einzige Geschwindigkeit giebt, bei welcher beide Räder eine rein wälzende Bewegung besitzen. In Uebereinstimmung mit der hierüber im §. 3 angedeuteten Möglichkeit.

Der Grund hiervon ist aus dem Zusammenhange der Verhältnisse leicht nachzuweisen.

Wenn nämlich bei einer gewissen Geschwindigkeit und bei einer gewissen Länge des Krümmungshalbmessers die Spitze des Radkegels in den Mittelpunkt der Curve fällt, und es wird bei ungeänderter Geschwindigkeit der Krümmungshalbmesser vergrößert, so wird in demselben Verhältnisse die Centrifugalkraft $= \frac{Pv^2}{g\varrho}$ kleiner. Das heißt, es vermindert sich die Kraft, welche den Schwerpunkt M der Radaxe in der gegen die Horizontale geneigt liegenden Gleichgewichtslage erhält, und

demgemäß bewegt dieser Schwerpunkt die Räderachse näher an die innere Schiene, wodurch aber zugleich die Neigung der Radaxe $\frac{1}{m}$ gegen die Horizontale kleiner wird, also m einen größeren Werth erhält, und alsdann also überhaupt eine verminderte Größe der Kraft genügt, um den Schwerpunkt der Axe in dieser neuen Lage im Gleichgewichte erhalten. Nun wird bei der Geschwindigkeit v der Bewegung die erforderliche Neigung der Radkegelaxe gegen die Horizontale, um den Schwerpunkt derselben in der Gleichgewichtslage zu erhalten, gemessen durch den Ausdruck $\frac{1}{m} = \frac{v^2}{g\varrho}$.

Für einen n mal größeren Krümmungshalbmesser $n \cdot \varrho$, wird also auch $m = n \cdot m$.

Liegt also bei einer gewissen Geschwindigkeit v und der Länge ϱ des Krümmungshalbmessers die Spitze des Radkegels im Mittelpunkte der Curve, so wird, weil bei gleichbleibender Geschwindigkeit und einem n mal größeren Krümmungshalbmesser die Zahl m gleichfalls einen n mal größeren Werth annimmt, auch alsdann noch die Spitze des Radkegels in dem Mittelpunkte der Curve liegen.

Dieser Umstand zeigt sich in dem allgemeinen Ausdrucke für die Höhe des Radkegels,

$$h = \frac{1}{2} \frac{Dg\varrho}{v^2} = \frac{1}{2} D \cdot m,$$

und wird also für einen n mal größeren Werth, welchen ϱ und damit auch m erhält, auch die Höhe des Radkegels n mal größer werden, mithin die Spitze dieses Kegels im Mittelpunkte der Curve vom Halbmesser $n \cdot \varrho$ sich befinden.

Beträgt die ursprüngliche Radhöhe $D = 3$ Fuß, und $g = 33$ Fuß Englisch, so ist die Geschwindigkeit v, bei welcher die Spitze des Radkegels im Mittelpunkte der Curve liegt, also beide Räder eine rein wälzende Bewegung besitzen,

$$v = \sqrt{\frac{D \cdot g}{2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 33}{2}} = 7,03 \text{ Fuß}.$$

Bei jeder anderen Geschwindigkeit wird eines der beiden Räder, entweder das äußere oder das innere theilweise, geschleift,

und zwar bei einer kleineren Geschwindigkeit das äußere, bei einer größeren Geschwindigkeit das innere Rad. Wie groß das Bewegungshinderniß sei, welches aus einer solchen theilweisen Schleifung eines der Räder entsteht, ergiebt sich aus dem Nachstehenden.

§. 8. Während die beiden Räder eine Umdrehung gemacht haben, ist am Centro der Bahncurve durch die Verlängerung der Räderachse irgend ein gewisser Winkel φ beschrieben.

Die während einer Umdrehung abgerollten Peripherien des innern und äußern Rades verhalten sich wie die zugehörigen wirkenden Raddurchmesser D' zu D'', oder was dasselbe ist, wie die Entfernung dieser Durchmesser von der Spitze des Kegels, in dessen Fläche jene beiden Radperipherien liegen, also

$$\text{wie } h - \frac{e}{2} \text{ zu } h + \frac{e}{2}.$$

Man muß also die Peripherien des inneren Rades mit $\frac{h + \frac{e}{2}}{h - \frac{e}{2}}$ multipliciren, um die Länge der abgerollten Peripherien des äußern Rades zu erhalten.

Aber die Längen des innern und äußern Schienenstranges der Bahncurve, für irgend einen Winkel φ am Curvenmittelpunkte, stehen in dem Verhältnisse $\varrho - \frac{e}{2}$ zu $\varrho + \frac{e}{2}$, das heißt, man muß die Länge des innern Schienenstückes mit $\frac{\varrho + \frac{e}{2}}{\varrho - \frac{e}{2}}$ multipliciren, um die Länge des correspondirenden äußern Schienenstückes zu erhalten.

Bezeichnet man die Peripherielänge des innern Rades mit p, welches also auch diejenige Länge des innern Schienenstückes ist, welches im Fall einer rein wälzenden Bewegung des innern Rades während einer Umdrehung desselben durchlaufen wird, so hat man die beiden Zahlen

$$\frac{p\left(h+\frac{e}{2}\right)}{h-\frac{e}{2}} \text{ und } \frac{p\left(\varrho+\frac{e}{2}\right)}{\varrho-\frac{e}{2}}$$

zu berechnen, mit einander zu vergleichen und zu ermitteln, ob sie etwa gleich groß sind, oder welche von ihnen unter gegebenen Umständen die größere oder kleinere ist, und wieviel dieser Unterschied beträgt.

Ist

$$\frac{p\left(h+\frac{e}{2}\right)}{h-\frac{e}{2}} < \frac{p\left(\varrho+\frac{e}{2}\right)}{\varrho-\frac{e}{2}}$$

so ist die Peripherie des äußern Rades zu klein für die Länge des zugehörigen äußern Schienenstückes. Wenn alsdann das innere Rad auf der innern Schiene eine rein wälzende Umdrehung ausgeführt hat, so mußte das äußere Rad einen Theil seines Weges auf der äußern Schiene schleifend zurücklegen.

Ist aber

$$\frac{p\left(h+\frac{e}{2}\right)}{h-\frac{e}{2}} > \frac{p\left(\varrho+\frac{e}{2}\right)}{\varrho-\frac{e}{2}},$$

dann ist die Peripherie des äußern Rades größer als dasjenige Stück des äußern Schienenstranges, welches der Länge eines Stückes des innern Schienenstranges correspondirt, was von der Peripherie des innern Rades bei einer rein wälzenden Umdrehung desselben zurückgelegt werden würde. In diesem Falle nimmt also das äußere Rad eine rein wälzende Bewegung an, und das innere Rad wird um so viel geschleift, wie seine Peripherienlänge kleiner ist, als dasjenige Stück der innern Schiene, welches dem äußern Schienenstücke correspondirt (zu demselben Winkel φ am Curvencentro gehört), dessen Länge bei einer rein wälzenden Umdrehung des äußern Rades durchlaufen wird.

§. 9. Die beiden Zahlen, welche bei gegebenem Krümmungshalbmesser, ursprünglicher Radhöhe, Abstand der tragenden Punkte beider Schienenstränge und angenommener Ge-

schwindigkeit in der Bahncurve zu berechnen sind, um die Größe ihres Unterschiedes zu ermitteln

$$\frac{p\left(h+\frac{e}{2}\right)}{h-\frac{e}{2}} \text{ und } \frac{p\left(\varrho+\frac{e}{2}\right)}{\varrho-\frac{e}{2}}, \text{ erlangen.}$$

Durch theilweise Division vereinfacht, die Gestalt

$$p\left(1+\frac{e}{h-\frac{e}{2}}\right) \text{ und } p\left(1+\frac{e}{\varrho-\frac{e}{2}}\right)$$

und die Größe ihres Unterschiedes ist die von

$$\frac{p \cdot e}{h-\frac{e}{2}} \text{ und } \frac{p \cdot e}{\varrho-\frac{e}{2}}$$

oder für h seinen Werth $h = \frac{Dg\varrho}{2v^2}$ gesetzt, ist der Unterschied zu berechnen von

$$\frac{2ev^2p}{Dg\varrho - ev^2} \text{ und } \frac{2ep}{2\varrho - e}.$$

Das Zeichen p bezeichnet die Peripherielänge des innern Rades, $p = \pi D'$; da aber der Durchmesser des innern Rades $D' = D - \frac{ev^2}{g\varrho}$ ist, so ist $p = \pi \frac{(g\varrho D - ev^2)}{g\varrho}$, und diesen Werth für p gesetzt, sind die beiden gegen einander zu vergleichenden Zahlen.

$$\frac{2ev^2}{Dg\varrho - ev^2} \cdot \pi \frac{(g\varrho D - ev^2)}{g\varrho} \text{ gegen } \frac{2e}{2\varrho - e} \cdot \pi \frac{g\varrho D - ev^2}{g\varrho}$$

$$\text{oder } \frac{2e\pi v^2}{g\varrho} \text{ gegen } \frac{2e\pi}{g\varrho} \cdot \frac{(g\varrho D - ev^2)}{2\varrho - e}$$

$$\text{oder } \frac{2e\pi}{g\varrho}\left(v^2 <> \frac{g\varrho D - ev^2}{2\varrho - e}\right)$$

$$\text{oder } \frac{2e\pi}{g(2\varrho - e)}(2v^2 <> Dg).$$

§. 10. Der zu berechnende Unterschied dieser beiden Zahlen werde mit u bezeichnet. Ist, wie bereits bemerkt wurde, die erste der beiden Zahlen die größere, so wird das innere Rad während einer Umdrehung in der Länge u Fuß geschleift. Ist aber die zweite Zahl die größere, so wird das äußere Rad während einer Umdrehung in der Länge u Fuß geschleift.

Das Verhältniß der Länge u zu der Peripherielänge des theilweise geschleiften Rades, giebt dann die verhältnißmäßige Länge des Weges an, welche das eine Rad schleifend zurücklegen muß.

Das heißt, je nachdem das innere oder äußere Rad theilweise geschleift wird, hat man $\frac{u}{\pi D'}$ oder $\frac{u}{\pi D''}$ zu berechnen, wobei für $D' = D - \frac{ev^2}{g\varrho}$ oder für $D'' = D + \frac{ev^2}{g\varrho}$ zu setzen ist.

Die Zahlen $\frac{u}{\pi D'}$ oder $\frac{u}{\pi D''}$ bezeichnen eigentlich, der wievielteste Theil des Radumfanges diejenige Länge des Weges auf der Schiene ist, welche während einer Radumdrehung schleifend zurückgelegt wird. Die ganze, während einer Umdrehung des theilweis schleifenden Rades, zurückgelegte Länge des Weges auf der Schiene beträgt aber $u + \pi D'$ oder $u = \pi D''$. Folglich sind es eigentlich die etwas kleineren Zahlen $\frac{u}{u + \pi D'}$ oder $\frac{u}{u + \pi D''}$, welche denjenigen Theil der Curvenlänge angeben, den das eine der Räder schleifend zurücklegt. Allein u ist verglichen mit $\pi D'$ oder $\pi D''$ stets eine sehr kleine Zahl, deren größtmöglicher Werth sich leicht finden läßt. Aus spätern Untersuchungen im §. 28 ergiebt sich, daß bei der in der Wirklichkeit gebräuchlichen Neigung der Radkränze = $1/7$ und auf $3/4$ Zoll beschränkten Räder Spielraum, bei 3 Fuß hohen Rädern und dem kleinsten zulässigen Krümmungshalbmesser von 600 Fuß, der Werth u höchstens $1/50$ der Größen $\pi D''$ betragen kann; und bei größeren Krümmungshalbmessern ist der größtmögliche Werth des u noch kleiner, z. B. bei 5000 Fuß Halbmesser kann u höchstens $1/77$ der Größe $\pi D''$ betragen.

Als bloße Vereinfachung der Größenausdrücke und der Berechnungen wäre es daher schon unbedenklich zulässig, die Zahlen $\frac{u}{\pi D'}$ oder $\frac{u}{\pi D''}$ zu gebrauchen, um damit den Theil

des Weges in der Curve anzugeben, welchen das eine der Räder schleifend zurücklegt. Man giebt dadurch diesen Theil des Weges und damit die Beträchtlichkeit des Reibungshindernisses in der Curve allerdings etwas zu groß an, allein höchstens wird dadurch dieses Hinderniß um $^1/_{50}$ seiner eigentlichen Größe, gewöhnlich aber um ein noch Unbeträchtlicheres zu groß gefunden, was bei Berechnung von Reibungshindernissen, schon wegen der viel größeren Unsicherheit der Reibungscoefficienten, für Zwecke der Anwendung keine Beachtung verdient. Besonders aber kann man alsdann um so unbedenklicher das zwar immer sehr geringfügige Reibungshinderniß außer Acht lassen, welches aus einer etwaigen nicht genau zum Curvenmittelpunkte gerichteten Lage der Wagenachsen entspringt, dessen wahrer Zahlenwerth in der Wirklichkeit wegen der unmeßbaren Kleinheit und Veränderlichkeit der dasselbe bestimmenden Dimensionsunterschiede und Lagenverhältnisse der Wagentheile nicht zu ermitteln ist. Eben um diesem Umstande bei Berechnung der Widerstandsgröße der Krümmungen beiläufig zu entsprechen, und dieselbe im Allgemeinen nicht zu klein zu berechnen, wird im Nachstehenden nach den abgekürzten Ausdrücken $\frac{u}{\pi D'}$ oder $\frac{u}{\pi D'}$ der schleifend durchlaufene Curventheil berechnet werden.

§. 11. Die genaue Größe des Werthes e, welcher den Abstand der die Räder tragenden Punkte beider Schienenstränge angiebt, ist selbst bei gleichem lichten Abstande der Schienenstränge mit abhängig von der mehr oder weniger gewölbten Gestalt des Schienenkopfes.

Wenn es für die Lage und Zwecke der Praxis jemals ein Interesse haben könnte, die aus einer nicht ganz genauen Annahme der Größe e möglicherweise entspringenden Rechnungsabweichungen zu vermeiden, so muß der Werth e für die jedesmalige Gestalt des Schienenkopfes genau gemessen werden. Im Nachstehenden ist e = 58 Zoll = 4,8333 Fuß angenommen; wofür jedoch, wenn diese Länge in Fußmaß angegeben ist, zur Abkürzung der Rechnung nur 4,8 Fuß gesetzt wird,

weil der daraus entspringende Unterschied im Resultate, bei der Art wie diese Größe in den Rechnungen verflochten ist, sich auf einen so geringen Dimensionsunterschied in der Größe der Raddurchmesser, oder bei späteren Untersuchungen in der gegenseitigen Höhenlage der Schienen bezieht, welchen das unbewaffnete Auge in den meisten Fällen gar nicht, und in einzelnen nur noch mit Mühe erkennt; daher bei der Praxis der Construction der Räder, oder bei der Herstellung und Erhaltung der richtigen gegenseitigen Schienenhöhen, etwas nicht zu Berücksichtigendes ist.

§. 12. Als erläuterndes Rechnungsbeispiel der bisher dargestellten allgemeinen Beziehungen des Gegenstandes kann folgendes Exempel dienen. Es sei bei unbeschränkter Größe des Spielraums der Räder und willkürlicher Neigung der konischen Radkränze

$v = 30$ Fuß, die Geschwindigkeit,
$g = 33$ Fuß,
$\varrho = 5000$ Fuß, der Krümmungshalbmesser der Curve,
$D = 3$ Fuß, die ursprüngliche Radhöhe,
$\pi = 3{,}14$,
$e = 4{,}8$ Fuß.

Es ist zu untersuchen, ob bei diesen gegebenen einzelnen Größenwerthen in der Curve eine rein wälzende Bewegung beider Räder Statt findet, oder wenn dieses nicht der Fall sein sollte, wie groß das Bewegungshinderniß ist, welches aus der theilweis schleifenden Radbewegung entspringt.

Es ist also nach §. 9 der Unterschied zu berechnen der beiden Größen:

$$\frac{2e\pi}{g(2\varrho - e)}\,(2v^2 <> Dg)\,,$$

und hier die obigen Werthe gesetzt:

$$\frac{2.4,8.3,14}{33(2.5000 - 4,8)}\,(2\,.\,30^2 <> 3\,.\,33) \text{ oder}$$

$$\frac{30,144}{329841,6}\,(1800 <> 99)\,.$$

Hier ist die erste der beiden Zahlen die größere, mithin

wird das innere Rad theilweise geschleift, und zwar ist der Unterschied beider Zahlen

$$u = \frac{30,144}{329841,6} \cdot 1701 = u = 0,155 \text{ Fuß}.$$

In dieser Länge wird also das innere Rad während einer Umdrehung schleifend bewegt.

Es ist nun $\frac{u}{\pi D'}$ zu berechnen

$$= \frac{u}{\pi\left(D - \frac{ev^2}{g\varrho}\right)} = \frac{0,155}{3,14\left(3 - \frac{4,8.30^2}{33.5000}\right)} = \frac{1}{60,24}$$

von der Peripherie des innern Rades. Das innere Rad durchläuft also $\frac{1}{60,24}$ seines Weges in der Curve schleifend. (Bei Anwendung des vollständigen Ausdruckes $\frac{u}{u+\pi D'}$, §. 10, erhielte man hier die Zahl $\frac{1}{61,24}$)

Die Größe des Reibungscoefficienten für gleitende Reibung der Radkränze auf den Schienen ist bekanntlich abhängig von der Witterungsbeschaffenheit.

Die betreffenden Untersuchungen über die Adhäsion haben den größten Werth des Adhäsionscoefficienten zu $1/7$, den kleinsten Werth desselben bei sehr schlüpfriger Beschaffenheit der Schienenoberfläche, zu $1/27$ ergeben. Obgleich der Coefficient für die eigentliche gleitende Reibung der Radkränze auf den Schienen ohne Zweifel größer ist, so dürfte doch als mittlere Annahme für denselben der Werth $1/5$ nicht zu klein sein, welcher, wenn die Schienen mit Feuchtigkeit oder gefrornen Luftniederschlägen bedeckt sind, sogar auf $1/20$ sich vermindern kann.

Bezeichnet P die Belastung der Achse mit Einschluß des Gewichtes der Achse und der beiden Räder, so drückt das schleifende Rad die Schiene mit der Last $\frac{1}{2}$ P, und das aus der schleifenden Reibung entspringende Hinderniß ist, wenn der Reibungscoefficient $\frac{1}{5}$ angenommen wird $= \frac{P}{10}$.

Da indeß dieses Hinderniß nur in $\frac{1}{60,24}$ der Curvenlänge Statt findet, so beträgt dasselbe für die ganze Curvenlänge betrachtet nur $\frac{P}{10} \cdot \frac{1}{60,24} = \frac{P}{602}$.

Das aus der Krümmung in dieser Curve, bei den verschiedenen obigen gegebenen Größenwerthen entstehende Bewegungshinderniß, ist also von derselben Größe wie das Bewegungshinderniß, welches auf einer geradlinigen Bahn durch die Wirkung der Gravitation entsteht, wenn die geradlinige Bahn eine Steigung $\frac{1}{602}$ besitzt.

Diese Berechnung bezieht sich jedoch nur auf das durch theilweise Schleifung der Radkränze entstehende Bewegungshinderniß, indem nach der im §. 1 gemachten Voraussetzung ein etwaiges seitliches Anstreifen des Spurkranzes einstweilen noch außer Berücksichtigung bleibt.

§. 13. Es findet sich in Pambour's Schrift der Satz:

„Wenn die Krümmung einen kleineren Halbmesser als 1000 „Fuß hat, und an den gewöhnlichen Einrichtungen der Eisen„bahnen sonst nichts geändert wird, so könnte nach dem Vor„hergehenden der Spurkranz des äußern Rades mit der Schiene „auf der äußern Seite in Berührung kommen, ehe die von der „Bewegung herrührende Centrifugalkraft durch die entsprechende „Seitenverrückung des Wagens compensirt wird."

Hierauf wird weiter gefolgert, daß nur bei Krümmungshalbmessern, welche kleiner als 1000 Fuß sind, eine Erhöhung der äußern Schiene erforderlich sei.

Es ist aber dieses nicht wohl begreiflich, weil bei jeder beliebigen Länge des Krümmungshalbmessers es nur auf Vermehrung der Geschwindigkeit ankommt, um die Centrifugalkraft beliebig wachsen zu lassen und dadurch das äußere Rad beliebig stark nach außen zu treiben.

Ist z. B. eine solche Achse mit jener Neigung der Radkränze $1/7$ und nach Pambour's Annahme mit $1/2$ Zoll Spielraum der Spurkränze so weit gegen die äußere Schiene geschoben, daß der Spurkranz des äußern Randes im Begriff ist,

an die Schiene zu streifen, so ist der Unterschied der tragenden Durchmesser des äußern und innern Rades $\overset{''}{D} - \overset{'}{D} = \frac{2}{7}$ Zoll = 0,0238 Fuß.

Nun ist aber vorhin gefunden, §. 6, es sei der allgemeine Werth $\overset{''}{D} - \overset{'}{D} = \frac{2ev^2}{g\varrho}$.

Ist also z. B. ϱ = 1000 Fuß; e = 4,8 Fuß; g = 33 Fuß; v = 20 Fuß, so ist

$$\overset{''}{D} - \overset{'}{D} = \frac{2.4,8.400}{33.1000} = 0,116 \text{ Fuß.}$$

Mithin, bei der Geschwindigkeit 20 Fuß in der Secunde, erfordert die Gegenwirkung gegen die Centrifugalkraft bei 1000 Fuß langem Krümmungshalbmesser einen sehr viel größeren Unterschied zwischen den Durchmessern des innern und äußern Rades, wie es bei jener von Pambour angenommenen Kranzneigung und Größe des Spielraums der Räder zu erlangen möglich ist, und der Wagen würde daher ohne Zweifel in Gefahr sein, aus der Bahn geschleudert zu werden.

§. 14. Zwar hat es seine Richtigkeit, daß bei einer bestimmten Neigung der Radkränze, und bei einer bestimmten Größe des Räderspielraumes, es eine bestimmte Grenze in der Größe des Krümmungshalbmessers giebt, unter welche dessen Länge nicht vermindert werden darf, wenn überhaupt noch eine rein wälzende Bewegung beider Räder möglich bleiben soll. Daraus aber folgt zunächst gewiß nicht, daß bei einer größern Länge des Krümmungshalbmessers jedes Mal, d. h. bei jeder Geschwindigkeit, die beiden Räder eine rein wälzende Bewegung erlangen; und eben so wenig folgt, daß bei solcher größeren Länge des Krümmungshalbmessers das äußere Rad bei jeder Geschwindigkeit gegen das Anstreifen seines Spurkranzes an der äußern Schiene gesichert sei.

Es ist die Erhöhung der äußern Schiene einer Curve über die innere Schiene, weit mehr als Pambour's Demostration es darstellt, ein nothwendiges Hülfsmittel um die nachtheiligen Einwirkungen der Bahncurven vollständiger zu beseitigen, als

dieses durch bloße Anwendung der konischen Radkränze überhaupt möglich ist, wenn auch die Kranzneigung und der Spielraum der Räder noch bedeutend größer gemacht würde, als dieses in der Praxis bisher sich als räthlich gezeigt hat. Allerdings wird die Erhöhung der äußern Schiene um so erforderlicher, je kleiner der Halbmesser der Krümmung ist.

Betrachtet man nämlich die beiden mit einander zu vergleichenden Zahlenformen, so wie sie im §. 9 abgeleitet sind, so ersieht man sogleich, daß schon bei einer sehr mäßigen Geschwindigkeit der Bewegung die erste Zahl die zweite überwiegt. Weil das Hinausschieben der Achse gegen die äußere Schiene durch die Centrifugalkraft bis zu dem Maße, wobei dieselbe mittelst ihrer schrägen Lage dieser Kraft die nöthige Gegenwirkung gewährt, eine so beträchtliche Verschiedenheit der äußern und innern Raddurchmesser herbeiführt, daß dabei das innere Rad einen Theil seines Weges schleifend zurücklegen muß.

Dieselbe erforderliche nach der Innenseite der Curve geneigte Lage der Achse kann aber ohne einen so bedeutenden Unterschied der wirkenden Raddurchmesser ganz füglich erlangt werden, wenn die äußere Schiene etwas höher als die innere gelegt wird. Mithin hat man es dadurch in der Gewalt, das theilweise Schleifen des innern Rades, so weit man will, zu beseitigen.

Daß dieses am meisten nöthig sei bei großen Geschwindigkeiten und kleinen Krümmungshalbmessern, erkennt man aus der Form jener Zahlenwerthe im §. 9. Allein auch bei den größeren Krümmungshalbmessern ist die höhere Lage der äußern Schiene von merklichem Nutzen für weitere Verminderung des Bewegungshindernisses in den Bahnkrümmungen.

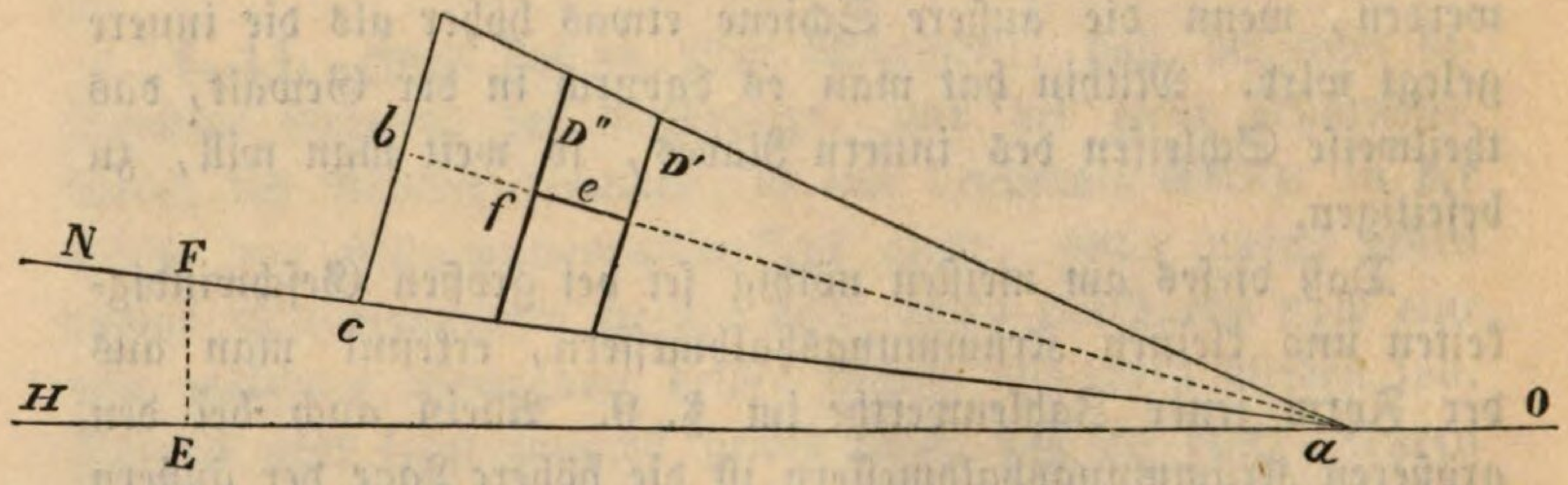
Diese Wendung des Gegenstandes erfordert eine fernere nähere Betrachtung. Sie bildet eigentlich die allgemeine Auflösung der Aufgabe, während bisher nur der einfachste besondere Fall betrachtet wurde, wenn beide Schienenstränge der Curve in gleicher Höhe liegen.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung in Bahnkrümmungen, wenn die äußere Schiene höher liegt als die innere Schiene.

§. 15. Nach den im §. 4 und §. 5 enthaltenen Ableitungen muß die Axe des rollenden Kegels ab gegen die Horizontale HO mit $\frac{1}{m}$ geneigt sein, wobei $m = \frac{g\varrho}{v^2}$ ist. Wenn also, wie bisher angenommen wurde, der Kegel auf horizontaler Ebene rollt, so mußte, um diese Lage der Kegelaxe zu erlangen, die Seite des Kegels gleichfalls mit $\frac{1}{m}$ Neigung gegen dessen Axe gerichtet sein.

Fig. 4.



Rollt aber der Kegel auf einer Ebene aN Fig. 4, welche mit einer Neigung $\frac{FE}{aE}$, allgemein $\frac{1}{k}$ Neigung, zur Horizontalen gegen die Spitze des Kegels hin geneigt ist, so muß die Neigung der Kegelfläche zu der Kegelaxe um so viel kleiner sein, das heißt, die Seite des Kegels muß zu dessen Axe die Neigung $\frac{1}{m} - \frac{1}{k} = \frac{k-m}{mk}$ besitzen.

Der Verlauf der weitern Betrachtung ist an sich derselbe wie vorhin im §. 5, 6 ꝛc., und nur der eben abgeleitete hier

gültige Ausdruck für die Seitenneigung des Kegels zu seiner Axe, ändert die betreffenden Zahlenformen, und damit auch einige wesentliche Verhältnisse des Gegenstandes.

Wird ein solcher Kegel durch zwei parallele in der Entfernung e von einander entfernte rechtwinklig gegen die Axe gerichtete Ebenen geschnitten, so ist der Durchmesser D'' der größern Schnittfläche um $2e\,\frac{(k-m)}{km}$ größer als der Durchmesser D' der kleineren Schnittfläche.

$D'' = D' + 2e\,\frac{(k-m)}{mk}$ hierin für m seinen Werth $m = \frac{g\varrho}{v^2}$ gesetzt, giebt $D'' = D' + 2e\,\frac{(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}$ ebenfalls $D' = D'' - 2e\,\frac{(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}$.

Setzt man hierin $D' = 0$ also $0 = D'' - 2e\,\frac{(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}$ so findet sich das dieser Annahme entgegensprechende $e = \frac{D''kg\varrho}{2(v^2k - g\varrho)}$ = die Höhe des Kegels oberhalb der größten Schnittfläche, in der Figur, die Länge af.

Wendet man das Vorstehende auf Bewegung von Eisenbahnachsen an, so bedeutet D'' den Durchmesser des äußern, D' den Durchmesser des innern Rades, e den Abstand der tragenden Punkte beider Schienen. Bezeichnet ferner D den ursprünglichen Raddurchmesser, indem bekanntlich $D = \frac{D'' + D'}{2}$ ist, so findet sich aus dem Vorigen

$$D'' = D + \frac{e\,(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho} \text{ und}$$

$$D' = D - \frac{e\,(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}.$$

Diese beiden Gleichungen ergeben für jede Größe der Geschwindigkeit v die zugehörigen Größen des innern und äußern Raddurchmessers D' und D''.

Eben so berechnet sich daraus für jede Aenderung der Geschwindigkeit v die entsprechende Aenderung der Raddurchmesser. Aber auch umgekehrt läßt sich für jede bestimmte Aenderung der Länge der Raddurchmesser diejenige Aenderung der Geschwindigkeit finden, wobei sie eintritt.

Es ist $\overset{\prime\prime}{D} = D + \frac{e(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}$ daher

$$\sqrt{\frac{g\varrho}{e}\left(\overset{\prime\prime}{D} - D + \frac{e}{k}\right)} = v .$$

Wird $\overset{\prime\prime}{D}$ um eine bestimmte Länge d größer, so kann dieses nur geschehen, wenn die Geschwindigkeit v um einen Betrag r größer wird.

Es ist also

$$\sqrt{\frac{g\varrho}{e}\left(\overset{\prime\prime}{D} + d - D + \frac{e}{k}\right)} = v + r .$$

Hier für $\overset{\prime\prime}{D} - D$ den Werth $= \frac{ev^2}{g\varrho} - \frac{e}{k}$ gesetzt, ergiebt sich

$$\sqrt{\left(v^2 + \frac{g\varrho d}{e}\right)} - v = r .$$

Wodurch also für jede Zunahme d des äußern Raddurchmessers, die entsprechende Zunahme r der Geschwindigkeit v berechnet wird, wobei jene Vergrößerung des äußern Raddurchmessers eintritt.

§. 16. Es wurde vorhin die Höhe des rollenden Kegels

$af = \frac{\overset{\prime\prime}{D}kg\varrho}{2(v^2k - g\varrho)}$ gefunden.

Hierin für $\overset{\prime\prime}{D}$ den abgeleiteten Werth gesetzt, ist

$$af = \frac{Dkg\varrho}{2(v^2k - g\varrho)} + \frac{e}{2} .$$

Wird aber die Höhe des rollenden Kegels von der Mitte zwischen beiden Schienen angerechnet, so ist $\frac{1}{2}$ e von af abzuziehen, und man erhält diese mit h zu bezeichnende Kegelhöhe

$$h = \frac{Dkg\varrho}{2(v^2k - g\varrho)} .$$

Setzt man die Höhe des rollenden Kegels dem Krümmungshalbmesser gleich, in welchem Falle also beide Räder eine rein wälzende Bewegung annehmen und das Bewegungshinderniß der Curve verschwindet, so erhält man hiezu als Bedingung

$$\frac{Dkg\varrho}{2(v^2k - g\varrho)} = \varrho\ .$$

$$\text{I.} \quad v = \sqrt{\frac{Dkg + 2g\varrho}{2k}}\ .$$

Die Geschwindigkeit, bei welcher beide Räder eine rein wälzende Bewegung erlangen.

Oder wenn v gegeben ist, und es soll derjenige Werth des k gefunden werden, nach welchem die Curve gebaut werden muß, damit bei dieser gegebenen Geschwindigkeit der Widerstand der Krümmung = 0 werde, ergiebt sich

$$\text{II.} \quad k = \frac{2g\varrho}{2v^2 - Dg} \text{ und daher } \frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{D}{2\varrho}\ .$$

Bei den Bewegungsverhältnissen bei gleicher Höhenlage der beiden Schienen, welche im §. 7 betrachtet wurden, war die hier eben abgeleitete mit I. bezeichnete Geschwindigkeit unabhängig von der Größe des Krümmungshalbmessers. Sobald aber, wie es hier der Fall ist, die äußere Schiene höher liegt, erscheint in diesem Werthe des v auch die Länge des Krümmungshalbmessers.

§. 17. Es wiederholt sich jetzt hier die Betrachtung der Sache wie im §. 8, 9, 10. Das heißt es müssen die beiden Ausdrücke

$$\frac{p\left(h + \frac{e}{2}\right)}{h - \frac{e}{2}} \text{ und } \frac{p\left(\varrho + \frac{e}{2}\right)}{\varrho - \frac{e}{2}}$$

oder einfacher

$$\frac{pe}{h - \frac{e}{2}} \text{ und } \frac{pe}{\varrho - \frac{e}{2}}$$

mit einander verglichen, und die Größe ihres Unterschiedes be-

rechnet werden; nur hat die Größe h hier einen andern Werth, nämlich $h = \frac{Dkg\varrho}{2(v^2k - g\varrho)}$.

Mit p ist auch hier die Länge der Peripherien des innern Rades $p = \pi D'$ bezeichnet, allein hier findet der Werth $D' = D - \frac{e(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}$ Statt. Unter Berücksichtigung dieser verschiedenen Werthe des h und p findet im Uebrigen ganz dasselbe wie im §. 8, 9, 10 seine Anwendung, nämlich wenn

$$u = \frac{pe}{h - \frac{e}{2}} - \frac{pe}{\varrho - \frac{e}{2}}$$

einen positiven Werth besitzt, so ist es das innere Rad, welches während einer Umdrehung in der Länge u geschleift wird, wenn aber dieser Ausdruck einen negativen Werth hat, so ist es das äußere Rad, welches in der Länge u während einer Umdrehung geschleift wird.

Im ersten Falle ist demnächst $\frac{u}{\pi D'}$ im zweiten Falle $\frac{u}{\pi D''}$ zu berechnen u. s. w.

Setzt man also hier für h den vorhin bemerkten Werth, und ebenso für $p = \pi D'$ den hier geltenden Werth des D', so findet sich

$$u = \frac{pe}{h - \frac{e}{2}} - \frac{pe}{\varrho - \frac{e}{2}} =$$

$$u = 2e\pi\left(D - \frac{e(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}\right).$$

$$\left(\frac{1}{\frac{Dkg\varrho}{v^2k - g\varrho} - e} - \frac{1}{2\varrho - e}\right).$$

Welches für die gegebenen jedesmaligen Größen v, e, k, ϱ, D zu berechnen ist.

Diese Größe u wird = 0, und beide Räder besitzen eine

rein wälzende Bewegung, wenn der zweite Factor $= 0$ ist, also

$$\frac{1}{\frac{Dkg\varrho}{v^2k - g\varrho} - e} = \frac{1}{2\varrho - e} \text{ oder wenn}$$

$$2v^2k - 2g\varrho = Dkg \text{ ist.}$$

In solchem Falle ist also

$$v = \sqrt{\frac{Dkg + 2g\varrho}{2k}} \text{ und}$$

$$k = \frac{2g\varrho}{2v^2 - Dg} .$$

Dieselben Bedingungen, welche im §. 16 bei I. und II. sich für den Fall ergaben, wenn die Spitze des Radkegels im Mittelpunkte der Bahncurve liegt.

§. 18. Um an einem bestimmten Rechnungsbeispiele zu zeigen, wie sehr die Erhöhung der äußern Schiene dahin wirken kann, das Bewegungshinderniß zu vermindern, welches aus theilweiser Schleifung der Räder entspringt, werde hier das Beispiel aus §. 12 wiederholt, jedoch mit der Abänderung, daß der äußere Schienenstrang höher liegt als der innere um $^1/_{200}$ des Abstandes der tragenden Punkte beider Schienen, also $k = 200$.

Es sei also $v = 30$; $g = 33$; $\varrho = 5000$; $D = 3$; $\pi = 3{,}14$; $e = 4{,}8$; $k = 200$.

Setzt man diese Werthe in den Ausdruck für u des §. 17, so ist der zweite Factor desselben

$$\frac{1}{\frac{3 \cdot 200 \cdot 33 \cdot 5000}{900 \cdot 200 - 33 \cdot 5000} - 4{,}8} - \left(\frac{1}{2 \cdot 5000 - 4{,}8}\right) =$$

$$= \frac{1}{6595{,}2} - \frac{1}{9995{,}2} = \frac{3400}{6595{,}2 \cdot 9995{,}2} .$$

Dieser Factor hat einen positiven Werth, mithin ist es das innere Rad, welches theilweise geschleift wird.

Der erste Factor von u erhält die Größe

$$2 \cdot 4{,}8 \cdot 3{,}4 \left(3 - 4{,}8 \frac{(900 \cdot 200 - 33 \cdot 5000)}{200 \cdot 33 \cdot 5000}\right) = 90{,}3687.$$

Die Größe des u ist also in diesem Beispiele

$$u = 90,3687 \cdot \frac{3400}{6595,2 \cdot 9995,2} = 0,00451 \text{ Fuß.}$$

Es ist nun die Größe $\frac{u}{\pi D'}$ zu berechnen, indem $D' = D - \frac{e(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}$ also hier

$$D' = 3 - 4,8 \frac{(900 \cdot 200 - 33 \cdot 5000)}{200 \cdot 33 \cdot 5000} = 2,9979 \text{ Fuß,}$$ daher $\frac{u}{\pi D'} = \frac{0,00451}{3,14 \cdot 2,9979} = \frac{1}{2087}$.

Das innere Rad durchläuft also $\frac{1}{2087}$ seines Weges in dieser Curve schleifend, und weil auf diesem Rade nur die Hälfte der Belastung der Achse $= \frac{P}{2}$ ruht, und der schleifende Reibungscoefficient von Eisen auf Eisen $= \frac{1}{5}$ ist, so beträgt das Bewegungshinderniß, welches aus dieser schleifenden Reibung entsteht, betrachtet für die ganze Länge der Curve und für die ganze Belastung der Achse

$$= \frac{P}{10} \cdot \frac{1}{2087} = \frac{P}{20870}.$$

Das heißt, dieses Reibungshinderniß hat dieselbe Größe wie das auf einer geradlinigen Bahn entstehende Bewegungshinderniß durch die Gravitation, wenn die geradlinige Bahn $\frac{1}{20870}$ Steigung besitzt. Bei gleicher Höhenlage der Schienen fand sich im §. 12 dieses Bewegungshinderniß $= \frac{P}{602}$, und es ergiebt sich also, wie sehr dasselbe durch die höhere Lage der äußern Schiene vermindert ist.

§. 19. Vor Ermittelung der weitern Verhältnisse des Gegenstandes muß jetzt gezeigt werden, daß der Vortheil, welchen das Rollen des Radkegels auf einer mit $\frac{1}{k}$ geneigter holen Kegelfläche gewährt, zu Verminderung der schleifenden Bewegung der Radkränze, nicht etwa einen andern, der Bewegung

der Räder tangentiell entgegen wirkenden, Bewegungswiderstand erzeugt, welcher eine für die Praxis irgend erhebliche Größe besitzt.

Ein Kegel, welcher auf einer hohlen Kegelfläche mit constanter Geschwindigkeit, ohne auf der hohlen Fläche zu steigen oder zu sinken, und mit solcher Richtung seiner Axe rollt, daß die verticalen Ebenen, welche man durch seine Axe in deren successiven Lagen gelegt denkt, stets zugleich den Mittelpunkt (die Spitze) der hohlen Kegelfläche durchschneiden, erleidet durch die Krümmung der Unterlage, auf welcher er sich bewegt, keinen Widerstand nach tangentieller Richtung. Denn das Gewicht des sich bewegenden Kegels drückt in jedem Augenblicke die gekrümmte Unterlage in der Linie ac Fig. 4. Jeder der einzelnen Punkte der ac bewegt sich auf einer festen Kreisbahn von bestimmtem sich gleichbleibendem Krümmungshalbmesser mit constanter Geschwindigkeit. Es gilt also von jedem einzelnen Punkte der Linie ac der Satz der Mechanik:

Wenn ein materieller Punkt, auf welchen die Schwerkraft wirkt, auf einer hohlen Fläche sich befindet, die durch Umdrehung einer Linie um eine verticale Axe entstanden ist, und derselbe auf dieser hohlen Fläche eine horizontale Kreisbahn von bestimmtem Krümmungshalbmesser mit einer constanten Geschwindigkeit durchläuft, so übt die Krümmung seiner Bahn auf einen solchen materiellen Punkt keinen Widerstand in tangentieller Richtung.

Es ist in dieser Beziehung gleichgültig, ob die Linie ac in der Fläche des Kegels, womit er auf seiner Unterlage sich bewegt, stets dieselbe bleibt, der Körper mithin eine rein gleitende Bewegung besäße, oder ob sie in jedem Augenblicke eine andere wird durch eine rein rollende Bewegung des Kegels, oder ob etwa rollende und theilweis gleitende Bewegung bei dem Fortschreiten der Linie ac sich combiniren.

Etwaige Kräfte, welche in tangentieller Richtung auf einen solchen materiellen Punkt wirken, können nur durch äußere physikalische Umstände entstehen, z. B. durch den Widerstand der Luft oder durch den Widerstand der Reibung, als Folge des Druckes, womit der materielle Punkt durch die vereinte Wir-

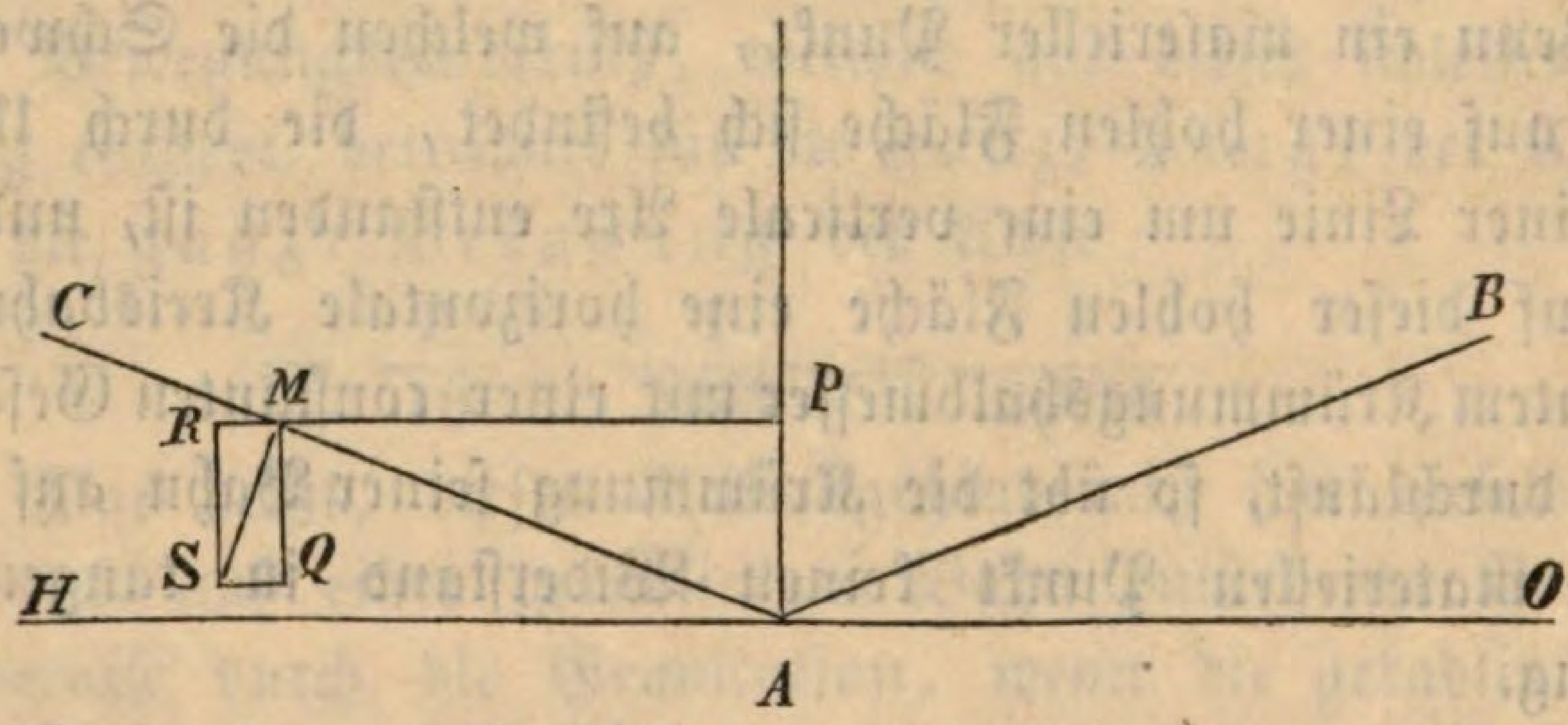
kung der Schwerkraft und der Centrifugalkraft normal gegen die ihn tragende Unterlage gedrückt wird.

Dieses gilt von jedem Punkte der Linie ac, womit der rollende Kegel die hohle Unterlage berührt, und wodurch er also deren Wirkung auf seine Masse erleidet, folglich gilt es für die Wirkung der hohlen Kegelfläche auf die ganze bewegte körperliche Masse des Kegels.

Der Luftwiderstand besitzt bei einerlei Geschwindigkeit des bewegten Körpers, sowohl auf geneigter wie auf horizontaler Lage der Unterstützungsfläche, dieselbe Größe.

Der normal gegen die Unterlage gerichtete Druck, und das daraus entspringende Reibungshinderniß, ist aber bei Bewegung auf einer hohlen Kegelfläche um etwas größer als bei Bewegung auf horizontaler Unterlage, und dieses erfordert daher eine nähere Bestimmung.

Fig. 5.



Wenn der materielle Punkt M Fig. 5 in der hohlen Kegelfläche CAB ohne auf dieser Fläche zu sinken oder zu steigen, eine Kreisbahn vom Halbmesser PM mit constanter Geschwindigkeit durchläuft, so ist dieses ein Beweis, daß die beiden in der verticalen Ebene auf ihn wirkenden Kräfte, nämlich die Centrifugalkraft MR und die Wirkung der Schwere MQ = sein Gewicht P, sich zu einer mittleren Kraft MS zusammengesetzt haben, deren Richtung normal auf der hohlen Kegelfläche CA steht.

Denn nur alsdann hat der Punkt M kein Bestreben, auf der hohlen Kegelfläche zu sinken oder zu steigen.

Bildet nun CA mit der Horizontale HO einen Winkel

$CAH = \varphi$, und wird dessen Tangenta wie vorhin mit $\frac{1}{k}$ bezeichnet, so ist der Winkel SMQ = Winkel $CAH = \varphi$; und es ist die Länge $MS = MQ$, secans φ.

Bezeichnet nun MQ das Gewicht P des Punktes M, so ist der Druck $MS = P \text{ secans } \varphi = P \sqrt{(1 + \text{tang } \varphi^2)}$ und da $\text{tang } \varphi = \frac{1}{k}$, so hat der Druck MS, welchen der Punkt M normal gegen die hohle konische Unterlage ausübt, die Größe

$$MS = P \sqrt{\left(1 + \frac{1}{k^2}\right)} = P \sqrt{\frac{(k^2 + 1)}{k^2}} .$$

Verglichen mit der Einheit, ist k immer eine große Zahl. Je kleiner aber k ist, um so größer ist der Unterschied dieses normalen Druckes und des bloßen Gewichtes P.

Den kleinsten Werth, welchen k in der Ausübung erhalten könnte, wäre etwa $k = 15$, dann würde die äußere Schiene beinahe 4 Zoll höher liegen als die innere, was nur bei sehr kleinen Krümmungshalbmessern von 500 bis 700 Fuß, und bei Geschwindigkeiten von 35 bis 50 Meilen Englisch in einer Stunde vorkommt.

Setzt man $k = 15$, so ist

$$P \sqrt{\frac{(k^2+1)}{k^2}} = P \, . \, 1,0022 \, .$$

Alsdann wäre also der normale Druck gegen die hohle konische Unterlage um $P \, . \, 1,0022 - P = 0,0022 \, P = \frac{1}{455} \, . \, P$ größer als das bloße Gewicht der Achse.

Hat nun das Reibungshinderniß, welches von Belastung der Achse entspringt, durchschnittlich etwa die Größe $\frac{P}{280}$, so wird dieses Reibungshinderniß in einer Curve, deren äußere Schiene um so viel höher liegt als die innere Schiene, damit $k = 15$ beträgt, wegen der Zusammensetzung der Centrifugalkraft und der Schwerkraft zu einem Drucke normal gegen die geneigte Unterlage, um $\frac{P}{455 \, . \, 280} = \frac{P}{127400}$ größer als auf einer horizontalen Unterlage.

Das heißt, die aus einer solchen konischen Gestalt der Unterlage in der Bahnkrümmung entspringende Vermehrung des Bewegungshindernisses durch die größere Reibung ist eben so groß wie die Zunahme des Bewegungshindernisses durch Gravitation auf einer geradlinigen Bahn, welche $\frac{1}{127400}$ Steigung besitzt. Für die Praxis also eine gänzlich unwahrnehmbare und unbeachtenswerthe Größe. Liegt die äußere Schiene weniger höher über die innere, als diese Annahme von beinahe 4 Zoll, so ist also k größer als 15, und dann ist diese Vermehrung des Bewegungshindernisses noch weit unbedeutender.

§. 20. Die höhere Lage des äußern Schienenstranges in einer Curve bietet also nicht nur, wie man bisher meist annahm, ein Mittel dar, das seitliche Anstreifen des äußern Spurkranzes zu vermeiden, sondern mit gehöriger Berücksichtigung der Größe des Krümmungshalbmessers und der Geschwindigkeit, womit man die Curve befahren will, liegt, nach dem fernerweitig in Betracht zu ziehenden Inhalte der §§. 16 und 17, in der höheren Lage der äußern Schiene zugleich ein Mittel, die etwaige Schleifung der Radkränze auf den Schienenköpfen noch mehr zu vermeiden, als dieses bloß durch die konische Gestalt der Radkränze möglich ist. Und zwar hat der Inhalt des §. 19 ergeben, daß durch eine solche hohle konische Fläche der Unterlage kein anderes beachtenswerthes Bewegungshinderniß in der Curve entsteht.

Von einer ferneren Art des in einer Curve denkbaren Bewegungshindernisses, nämlich von demjenigen, welches durch die feste parallele Stellung der Wagenachsen herrühren könnte, im Gegensatze zu einer Richtung derselben nach dem Mittelpunkte der Bahncurve, hat Pambour bereits nachgewiesen, daß derselbe zu unbedeutend sei, um Beachtung zu verdienen. Weil seine Beseitigung auf so geringen Dimensionsunterschieden in der Construction der Wagen beruhen würde, welche wenigstens für Krümmungshalbmesser von 1000 Fuß und darüber in der Praxis kaum mehr mit Sicherheit ausführbar wären, und außerdem das dazu Nöthige genügend durch die Biegsamkeit der die Achsen tragenden Federn compensirt wird.

Auch ist nicht zu übersehen, daß die Hervorbringung und Bewahrung genau paralleler Achsenlagen innerhalb so kleiner Gränzen bei der Construction und dem Gebrauche der Bahnwagen ein reiner Zufall sein würde, so daß es mehr als wahrscheinlich ist, daß auf den geradlinigen Bahnstrecken, auf welchen Versuche über die Größe des Bewegungshindernisses der Bahnfuhrwerke angestellt sind, und wo man genau parallele Achsen zu haben wünschte und zu haben glaubte, dennoch wirklich größtentheils nicht genau parallele Achsenlagen vorhanden waren. So daß nicht nur durch jene ermittelten Reibungscoefficienten schon ungefähr dem Nachtheile entsprochen ist, wenn in einer Curve einzelne Wagen mit wirklich genau parallelen Achsen sich bewegen, sondern auch auf allen geradlinigen Bahnstrecken, wo man zum Vortheile der Bewegung genau parallele Achsen zu haben wünscht, innerhalb dieser Grenzen in der That nicht parallele Achsenlagen gewöhnlich vorhanden sind. Wenn aber die Achsenlagen einzelner Wagen gegen das Curvencentrum etwas divergiren, so werden die Achsen, wenn die Wagen absichtlich oder zufällig auf den Stationen in umgekehrte Stellung gebracht sind, im Allgemeinen desto günstigere Lage haben. Jedenfalls darf dieser Gegenstand unbedenklich außer Beachtung bleiben, wenn von Nachtheilen der Bahncurven mit nicht allzukleinen Halbmessern, verglichen mit geradlinigen Bahnstrecken, die Rede ist.

§. 21. Nach diesen erforderlich geschienenen Bemerkungen in den beiden letzten Paragraphen ist der Gegenstand der Untersuchung weiter zu verfolgen.

Die im §. 16 bei I. bestimmte Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{(Dkg + 2g\varrho)}{2k}}$$

bei welcher das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0 ist werde die Normalgeschwindigkeit der Curve genannt.

Wäre es in der Praxis ausführbar, in jeder Curve jedes Mal genau die Normalgeschwindigkeit, wofür sie gebaut (die Größe k gewählt) ist, wirklich zu bewirken, so würde jedes Bewegungshinderniß der Bahnkrümmungen verschwinden.

Es ist in dieser Beziehung zunächst Folgendes zu bemerken.

Im §. 15 wurde der allgemeine Ausdruck für die Größe des innern Raddurchmessers gefunden

$$D' = D - \frac{ev^2}{g\varrho} + \frac{e}{k}.$$

Es ergab sich im §. 16 Gleichung II., daß im Fall bei der Geschwindigkeit v beide Räder eine rein wälzende Bewegung besitzen sollen, der Werth

$$\frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{D}{2\varrho}$$

sein müsse.

In solchem Falle wird also der innere Raddurchmesser, wenn für $\frac{1}{k}$ dieser Werth gesetzt wird, die Größe haben

$$D' = D\left(1 - \frac{e}{2\varrho}\right).$$

Hieraus folgt: In jeder Curve in welcher die beiden Räder eine rein wälzende Bewegung besitzen, ist der wirkende Durchmesser des innern Rades kleiner als der ursprüngliche Raddurchmesser. Folglich ist also der wirkende Durchmesser des äußern Rades, in solchem Falle um eben so viel größer als der ursprüngliche Raddurchmesser.

§. 22. In der Praxis ist die Ermittelung des Werthes k nach der Bedingungsgleichung II. im §. 16 für das Stattfinden einer rein wälzenden Bewegung beider Räder keineswegs der erste und wichtigste Gesichtspunkt, nach welchem die Größe k, und damit das Maß der Erhebung der äußern über die innere Schiene festgestellt werden muß. Vielmehr ist es am meisten wichtig, durch eine genügende Erhebung der äußern Schiene, ein seitliches Anstreifen des äußern Radspurkranzes an die äußern Schienen zu verhüten, auch für die größte Geschwindigkeit, welche man in der Curve will eintreten lassen. Nur in den Fällen, wenn diese Anforderung keine größere Erhebung der äußern Schiene verlangt, ist es gestattet, jene Gleichung II. $k = \frac{2g\varrho}{2v^2 - Dg}$ anzuwenden, um dadurch einen solchen Werth der Größe k zu bestimmen, wodurch für eine gewisse Geschwindigkeit v das Bewegungshinderniß in der Curve = 0 wird.

Je größer die Geschwindigkeit, und je größer also auch die Centrifugalkraft ist, je mehr werden die Räder gegen die Außenseite der Curve geschoben, und je kleiner wird also die Länge der Radkegelaxe bis zu der Spitze dieses Kegels.

Nimmt man ½ Zoll Spielraum für jedes Rad an, beträgt wie gewöhnlich die Neigung der Radkränze $\frac{1}{7}$, ist die ursprüngliche Radhöhe 3 Fuß, und man schiebt alsdann die Räderachse so weit nach Außen, bis der Spurkranz des äußern Rades mit der äußern Schiene in Berührung kommt, so läßt sich aus dem dann Statt findenden Unterschiede der Längen der äußern und innern Raddurchmesser leicht berechnen, daß in dieser Lage der Räder die Axe des Radkegels bis zu der Spitze desselben 604 Fuß Länge besitzt, wenn $e = 4{,}8$ Fuß ist.

Die Erhebung der äußern Schiene, also die Zahl k, muß daher so beschaffen sein, daß auch bei der größten in der Curve beabsichteten Geschwindigkeit die Radkegelaxe nicht kleiner als 604 Fuß zu sein braucht, und dennoch dabei die Centrifugalkraft die erforderliche Gegenwirkung findet.

Ertheilte man durch ein weiteres Auseinanderlegen der Schienen in der Curve, jedem Rade ¾ Zoll Spielraum, so könnte die Radkegelaxe sich bis zu 403 Fuß verkürzen, ehe der äußere Spurkranz an die Schiene streift. Allerdings ist eine solche Vergrößerung des Spielraumes in den Curven zuläßig und meist gebräuchlich.

Dennoch ist es dabei gerathen, die Annahme festzuhalten, daß die Länge der Radkegelaxe nicht unter 604 Fuß, oder in runder Zahl 600 Fuß, betragen dürfe.

Zwar wenn alsdann die Schienen genau in der ihnen ertheilten Lage sich erhalten haben, so wird der äußere Spurkranz noch ¼ Zoll Abstand von der Schiene besitzen, allein bei einer geringen zufälligen Senkung der äußern Schiene wird der Spurkranz schon beinahe oder ganz mit der Schiene in Berührung kommen.

Es wird daher im Folgenden angenommen, die Radkegelaxe dürfe nicht unter 600 Fuß Länge besitzen, um bei der größten beabsichteten Geschwindigkeit das Berühren des äußern Spurkranzes mit der äußern Schiene zu verhüten, ungeachtet

der Räderspielraum in der Curve ¾ Zoll beträgt; und es wird das Stattfinden einer solchen Kleinheit der Radkegelaxe als verbunden mit Berührung der äußern Schiene durch den äußern Spurkranz betrachtet werden.

Anders liegt dieses hinsichtlich des Spurkranzes des innern Rades. Bei geringen Geschwindigkeiten und beträchtlicher Erhebung der äußern Schiene kann dieser Spurkranz mit der innern Schiene in Berührung kommen. Allein dadurch ist ein Herausspringen der Wagen aus dem Schienengeleise nicht zu besorgen, und es darf daher bei Berechnungen des, durch solches etwaiges Anschleifen des innern Spurkranzes entstehenden, Reibungshindernisses unbedenklich die ganze Größe des Spielraums von ¾ Zoll dabei in Anrechnung gebracht werden.

Wird also angenommen, daß die noch zulässige kleinste Länge der Radkegelaxe 600 Fuß ist, und beträgt die ursprüngliche Radhöhe 3 Fuß, so ist die Neigung, womit die Seite des Kegels gegen dessen Axe gerichtet ist, bei der Lage der Räder, wenn die Kegelaxe ihre kleinste zulässige Länge besitzt,

$$= \frac{1\frac{1}{2}}{600} = \frac{1}{400}.$$

Diese Neigung der Linie ac, Fig. 4, gegen die Axe ab, und die Neigung des hohlen Kegels, welchen die Schienenunterlage bildet, und $\frac{1}{k}$ bezeichnet ist, müssen zusammengenommen die erforderliche Neigung $\frac{1}{m}$ der Kegelaxe gegen die Horizontale bilden, wobei m nach §. 4 und §. 15 den Werth $m = \frac{g\varrho}{v^2}$ besitzt. Man hat also um die hiezu erforderliche Größe des k zu bestimmen die Gleichung

$$\frac{1}{400} + \frac{1}{k} = \frac{1}{m} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{400} + \frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} \text{ daher}$$

$$\text{III.} \quad \frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{1}{400} \text{ oder}$$

$$k = \frac{400\,g\varrho}{400\,v^2 - g\varrho}.$$

Auf solche Art wird also, gemäß der am Schlusse des §. 1 gemachten Bemerkung, die in der Praxis übliche Neigung der Radkränze und die beschränkte Größe des Spielraums der Räder mit in die Betrachtung des Gegenstandes gezogen.

Die Größe k in der Gleichung III., welche nothwendig ist bei der bestimmten in der Praxis üblichen Neigung der Radkränze und Größe des Spielraumes der Räder, um das Anstreifen des äußern Spurkranzes an die äußern Schienen zu verhüten, ist also abhängig von der größten in der Curve beabsichteten Geschwindigkeit v und von der Größe des Krümmungshalbmessers, und kann, wenn diese beiden Größen gegeben sind, sogleich gefunden werden.

Wenn bei der Gleichung III. $\frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{1}{400}$ die Geschwindigkeit v so klein und der Krümmungshalbmesser ϱ so groß ist, daß die wegen der Centrifugalkraft erforderliche Neigung der Achse des Radkegels $\frac{1}{m} = \frac{v^2}{g\varrho}$ kleiner als $\frac{1}{400}$ ist, das heißt so klein, daß, selbst bei gleicher Höhe der innern und äußern Schiene, dennoch das äußere Rad nicht so weit nach Außen geschoben würde, daß sein Spurkranz mit der äußern Schiene in Berührung käme, so erscheint dieser Umstand dadurch angedeutet, indem in der Gleichung III. die Größe $\frac{1}{k}$ einen negativen Werth erhält.

Es sei z. B. $\varrho = 3000$ Fuß der Krümmungshalbmesser einer Bahncurve in der unmittelbaren Nähe eines Bahnhofes, wo mit einer Geschwindigkeit von höchstens 15 Fuß gefahren wird, also $v = 15$, so ist für diesen Fall

$$\frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{1}{400} = \frac{225}{33.3000} - \frac{1}{400} = -\frac{1}{4400}.$$

Woraus sich also ergiebt, die äußere Schiene müßte um $\frac{1}{4400}$ des Abstandes der tragenden Punkte der beiden Schienenköpfe tiefer liegen als die innere Schiene, alsdann erst würde bei diesem Krümmungshalbmesser und bei dieser Geschwin-

digkeit der Spurkranz des äußern Rades mit der äußern Schiene in Berührung kommen.

Hier also bietet sich ein vorher erwähnter Fall dar, wo die Anforderung an die Sicherheit der Transporte keine größere Erhebung der äußern Schiene verlangt, als die in der Gleichung II. §. 16 aufgestellte Bedingung für Erlangung einer rein wälzenden Bewegung beider Räder. Denn die Anforderung an die Sicherheit der Transporte würde in dem vorliegenden Falle schon durch eine Lage der äußern Schiene in gleicher Höhe mit der innern Schiene erreicht sein. Hier wird man also nicht unterlassen den Werth k nach der Bedingungsgleichung II. behuf gänzlicher Beseitigung des Bewegungshindernisses in der Bahnkrümmung zu bestimmen.

Nach jener Gleichung II. muß $k = \frac{2g\varrho}{2v^2 - Dg}$ sein.

Setzt man also den ursprünglichen Raddurchmesser D = 3, und für v und ϱ die hier Statt findenden Werthe, so ist nach Gleichung II.

$$k = \frac{2 . 33 . 3000}{2 . 225 - 3,33} = 564, \text{ also } \frac{1}{k} = \frac{1}{564}.$$

Ist der Abstand der die Räder tragenden Schienenpunkte also 58 Zoll, so muß zu gänzlicher Beseitigung des Bewegungshindernisses in dieser Curve die äußere Schiene höher liegen als die innere um $\frac{1}{564} . 58 = \frac{1}{9,7}$ Zoll.

Würde eine solche Curve mit noch kleinerer Geschwindigkeit befahren, so müßte die Erhebung der äußern über die innere Schiene noch geringer sein, damit das Hinderniß der Krümmung = 0 würde.

Wenn diese Curve z. B. nur mit 10 Fuß Geschwindigkeit befahren wird, so ergiebt die Berechnung, daß die äußere Schiene nur $\frac{1}{34}$ Zoll höher als die innere Schiene liegen muß, um das Bewegungshinderniß der Curve = 0 zu machen.

Aus diesen Resultaten der Rechnung läßt sich schon ableiten, wie völlig grundlos es sein würde, auf einer horizontalen Ebene in der unmittelbaren Nähe eines Bahnhofes, wo stets nur mit geringer Geschwindigkeit gefahren wird, einen Krüm-

mungshalbmesser von 3000 Fuß für zu klein zu halten, und, mit etwaigen erheblichen Kostenvermehrungen und völlig überflüssiger Verlängerung der krummen Bahnstrecke um ⅔ ihrer Länge, an solcher Stelle etwa einen Krümmungshalbmesser von 5000 Fuß anzuwenden. Der fernere Verlauf der Untersuchung wird die betreffenden Verhältnisse noch unmittelbarer erkennen lassen.

§. 23. Für eine bestimmte Geschwindigkeit v und einen Krümmungshalbmesser ϱ fand sich die Größe $\frac{1}{k}$, welche erforderlich ist, um das Anstreifen des äußern Spurkranzes zu verhüten nach Gleichung III.

$$\frac{1}{k} = \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{1}{400}.$$

Die Größe des $\frac{1}{k}$ aber, damit bei der Geschwindigkeit v das Bewegungshinderniß der Curve = 0 werde, fand sich nach Gleichung II.

$$\frac{1}{k} = \frac{2v^2 - Dg}{2g\varrho}.$$

Diese letzte Erhöhung der äußern Schiene über die innere, ist größer als die erste Erhöhung derselben, wenn

$$\frac{2v^2 - Dg}{2g\varrho} > \frac{v^2}{g\varrho} - \frac{1}{400}$$

oder wenn

$$\frac{Dg}{2g\varrho} < \frac{1}{400}$$

ist, und bei dem ursprünglichen Raddurchmesser D = 3 Fuß, wenn

$$\frac{3}{2\varrho} < \frac{1}{400}$$

oder

$$\varrho > 600 \text{ ist.}$$

Bei allen Krümmungshalbmessern, welche größer als 600 Fuß sind, muß daher die äußere Schiene eine größere Erhöhung erhalten, wenn für eine Geschwindigkeit v das Bewegungshinderniß = 0 werden soll, als wenn die äußere Schie-

nenerhöhung nur bezwecken soll, bei dieser Geschwindigkeit v das Anstreifen des äußern Spurkranzes zu verhüten.

Bei den Krümmungshalbmessern, welche kleiner als 600 Fuß sind, erfordert aber die Verhütung des Anstreifens des äußern Spurkranzes bei einer in der Curve Statt findenden Geschwindigkeit v eine größere Erhöhung der äußeren Schiene, als diejenige ist, durch welche bei eben derselben Geschwindigkeit v das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0 wird.

Z. B. Bei einem Krümmungshalbmesser von 500 Fuß und einer Geschwindigkeit von 30 Fuß erfordert die äußere Schiene eine Erhöhung:

Zu Verhütung des Anstreifens des Spurkranzes

$$\frac{1}{19,21} \cdot 58 \text{ Zoll} = 3,019 \text{ Zoll},$$

aber damit bei dieser Geschwindigkeit das Bewegungshinderniß der Krümmung verschwindet, müßte dieselbe

$$\frac{1}{19,40} \cdot 58 \text{ Zoll} = 2,989 \text{ Zoll betragen.}$$

Bei solchem kleinem Krümmungshalbmesser bleibt die Verhütung des Anstreifens des äußern Spurkranzes die einzige zu beachtende Rücksicht; indem alsdann die Erlangung einer rein wälzenden Bewegung beider Räder eine Unmöglichkeit, und eine theilweise Schleifung des äußern Rades unvermeidlich ist. Weitere, nach dem Inhalte des §. 17 ausgeführte, Berechnungen haben für den vorliegenden Fall ergeben, das äußere Rad werde in $\frac{1}{611}$ seines Weges geschleift, und das daraus entspringende Bewegungshinderniß habe die Größe $\frac{P}{6110}$. Für die Praxis immer ein unerheblicher Gegenstand.

§. 24. Wenn bei den Halbmessern über 600 Fuß die äußere Schiene so viel Erhebung über die innere Schiene besitzt, daß dadurch ein Anstreifen des äußern Spurkranzes bei einer bestimmten Geschwindigkeit v verhütet wird, so muß diese Erhebung noch vermehrt werden, wenn für dieselbe Geschwindig-

keit v das Bewegungshinderniß der Krümmung verschwinden soll, um

$$\left(\frac{2v^2 - Dg}{2g\varrho} - \left(\frac{v^2}{g\varrho} - \frac{1}{400}\right)\right) e =$$

$$\left(\frac{1}{400} - \frac{D}{2\varrho}\right) e$$

wobei, wenn dieses Maß in Zollen angegeben werden soll, e = 58 Zoll ist.

Der Unterschied dieser beiden Erhebungen ist also unabhängig von der Größe der Geschwindigkeit v, das heißt, bei demselben Krümmungshalbmesser ist dieser Unterschied für alle Geschwindigkeiten derselbe.

Besitzen die Radkränze $\frac{1}{7}$ Neigung, so wird durch eine Erhöhung der äußern Schiene um $\frac{2}{7}$ Zoll, der Spurkranz des äußern Rades um 1 Zoll weiter gegen die Mitte der Bahn geschoben, und bei y Zoll Erhöhung der äußern Schiene wird der Spurkranz $\frac{\frac{y}{2}}{7}$ Zoll gegen die Bahnmitte geschoben.

Wenn also, wie vorhin sich ergab, die äußere Schienenerhebung, welche hinreichte, das Anstreifen des äußern Spurkranzes bei einer Geschwindigkeit v zu verhüten, um den Betrag $\left(\frac{1}{400} - \frac{D}{2\varrho}\right)$. 58 Zoll größer gemacht werden muß, damit bei derselben Geschwindigkeit v das Hinderniß der Curve = 0 werde, so entfernt sich dadurch der äußere Spurkranz von der äußern Schiene um

$$\frac{\left(\frac{1}{400} - \frac{D}{2\varrho}\right)}{\frac{2}{7}} 58 \text{ Zoll} = \frac{203}{400} - \frac{203\,D}{2\varrho} \text{ Zoll.}$$

Diese entstehende Entfernung des Spurkranzes von der äußern Schiene, ist also, ebenfalls bei demselben Krümmungshalbmesser für alle Größen der Geschwindigkeit v von derselben Größe.

Es ergiebt sich ferner hieraus für alle Krümmungshalbmesser, welche größer als 600 Fuß sind, daß solche Geschwindigkeiten, bei welchen der äußere Spurkranz mit der äußern

Schiene in Berührung kommt, jedesmal größer sind als die Normalgeschwindigkeit der Curve, bei welcher sie das Hinderniß der Krümmung verschwinden läßt.

Zur übersichtlichen Anschauung der Ergebnisse bisheriger Untersuchungen über den Gegenstand sind die Zahlen der angehängten Tafel I. berechnet.

Die Tafel enthält für verschiedene Krümmungshalbmesser und verschiedene Geschwindigkeiten:

1) Die erforderliche Erhöhung der äußern Schiene über die innere, wenn bei einer bestimmten Geschwindigkeit nur das Anstreifen des äußern Spurkranzes an die äußere Schiene verhütet werden soll.
2) Die Erhöhung der äußern Schiene über die innere zu Erlangung einer rein wälzenden Bewegung beider Räder bei derselben Geschwindigkeit.
3) Den Abstand des äußern Spurkranzes von der äußern Schiene, welcher bei rein wälzender Bewegung beider Räder Statt findet.
4) Den Unterschied der beiden sub 1 und 2 bezeichneten Erhöhungen der äußeren Schiene.

§. 25. Aus den vorstehenden Untersuchungen geht hervor, daß bei allen Krümmungshalbmessern deren Länge 600 Fuß und mehr beträgt, durch ein richtiges Maß der Erhebung der äußern Schiene über die innere, das ganze Bewegungshinderniß, welches aus den Krümmungen der Bahnen entspringen kann, zu beseitigen möglich ist, daß dieses zwar bei Krümmungshalbmessern, welche kleiner als 600 Fuß sind, nicht mehr völlig zu erreichen ist, daß jedoch das dabei unvermeidliche Bewegungshinderniß, wie an einem einzelnen Falle bei 500 Fuß Krümmungshalbmesser berechnet ist, für die Praxis wenig Erheblichkeit besitzt.

Aber es ist nicht zu übersehen, daß eine solche vollkommene Beschaffenheit und Wirkung der Bahncurven bedingt ist durch die möglichst genaue Erzeugung derjenigen Geschwindigkeit, bei welcher die Curve das Bewegungshinderniß der Krümmung verschwinden läßt.

Diese Bedingung aber findet in der Praxis mancherlei Schwierigkeiten und Hindernisse, und es ist daher erforderlich, den Gegenstand unter dieser Beziehung weiter zu betrachten.

Die Gleichung, mittelst welcher das Bewegungshinderniß in einer Curve berechnet wird, ergab sich im §. 17

$$u = 2e\pi\left(D - \frac{e(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho}\right)\left(\frac{1}{\frac{Dkg\varrho}{v^2k - g\varrho} - e} - \left(\frac{1}{2\varrho - e}\right)\right)$$

und indem der zweite Factor = 0 gesetzt wurde, fand sich die Bedingungsgleichung für die rein wälzende Bewegung beider Räder

$$2v^2k - 2g\varrho = Dkg \,.$$

Ist eine Curve für eine gewisse Normalgeschwindigkeit v gebaut, so daß also für sie der Werth des zweiten Factors = 0 ist, und man verlangt zu wissen, wie groß das Bewegungshinderniß sei für eine andere Geschwindigkeit, welche um n größer oder kleiner ist, so ist es nur erforderlich in dem Ausdrucke für u statt v die Werthe v + n oder v — n zu substituiren. Der daraus sich ergebende Werth wird dann benutzt, um $\frac{u}{\pi D'}$ oder $\frac{u}{\pi D''}$ zu berechnen.

Am wichtigsten für die Verhältnisse der Praxis ist die Bestimmung des Falles, wenn eine kleinere als die Normalgeschwindigkeit Statt findet, welches also durch die Substitution von v — n für v in jenem obigen Ausdrucke erlangt wird.

Indeß sind die durch diese Substitution zum Vorschein kommende Formeln allerdings etwas weitläufig, und es läßt sich der Gegenstand kürzer auf folgendem indirectem Wege erledigen.

§. 26. Ist eine Bahncurve so gebaut, daß sie für eine bestimmte Geschwindigkeit v kein Bewegungshinderniß erzeugt, und besitzen alsdann der innere Raddurchmesser die Größe D', der äußere die Größe D'', so wird, wenn eine geringere Geschwindigkeit v — n eintritt, der innere Durchmesser um ein Gewisses größer, der äußere Raddurchmesser um eben so viel kleiner.

Der innere Raddurchmesser wird also die Größe $\acute{D} + d$, der äußere die Größe $D'' - d$ erhalten.

Der äußere Raddurchmesser wird also dadurch um 2d kleiner als der innere Raddurchmesser, verglichen mit demjenigen Größenverhältnisse, welches zwischen beiden Statt fand bei der Geschwindigkeit v, wobei beide Räder eine rein wälzende Bewegung besaßen.

Und wenn also das innere Rad auf seinem größer gewordenen Durchmesser eine rein wälzende Umdrehung ausführt, so muß also $\pi 2d$ alsdann diejenige Länge sein, in welcher das äußere Rad während einer Umdrehung geschleift wird, d. h. $\pi 2d$ ist der betreffende Werth u für eine Geschwindigkeit $v - n$.

Mithin wird $\frac{\pi 2d}{\pi(D'' - d)} = \frac{2d}{D'' - d}$ derjenige Theil der ganzen Peripherie des äußern Rades sein, welcher in der Curve geschleift wird.

Es kommt daher nur darauf an, die Größen d und D'' für die einzelnen Fälle zu berechnen.

Es wird also vorausgesetzt, das k ist so gewählt, daß bei der Geschwindigkeit v das Bewegungshinderniß der Krümmung verschwindet.

Findet dann wirklich die Geschwindigkeit v Statt, so ist nach dem allgemein gültigen Ausdrucke für den äußern Raddurchmesser im §. 15

$$D'' = D + \frac{e(v^2k - g\varrho)}{kg\varrho} \text{ oder}$$

$$\text{(a)} \quad D'' = D + \frac{ev^2}{g\varrho} - \frac{e}{k}.$$

Bei einer andern kleinen Geschwindigkeit $v - n$ ist aber der äußere Raddurchmesser

$$= D + \frac{e(v-n)^2}{g\varrho} - \frac{e}{k},$$

oder derselbe ist

$$\text{(b)} \quad = D + \frac{ev^2}{g\varrho} - \frac{2evn}{g\varrho} + \frac{en^2}{g\varrho} - \frac{e}{k}.$$

Der Werth b ist der kleinere, weil 2vn stets größer als n^2 ist, und b von a abgezogen, also

$$a - b = \frac{e}{\varrho g}(2vn - n^2) = d\,.$$

Es ist daher der gesuchte Werth

$$\frac{2d}{\overset{\prime\prime}{D} - d} = \frac{\frac{2e}{g\varrho}(2vn - n^2)}{D + \frac{ev^2}{g\varrho} - \frac{e}{k} - \frac{e}{g\varrho}(2vn - n^2)}\,.$$

Nach §. 16 aber hat k den Werth $= \frac{2g\varrho}{2v^2 - Dg}$, denselben hier gesetzt, ist

$$\frac{2d}{\overset{\prime\prime}{D} - d} = \frac{\frac{2e}{g\varrho}(2vn - n^2)}{D + \frac{ev^2}{g\varrho} - \frac{2ev^2}{2g\varrho} + \frac{eDg}{2g\varrho} - \frac{e}{g\varrho}(2vn - n^2)}$$

$$\frac{2d}{\overset{\prime\prime}{D} - d} = \frac{2\,(2vn - n^2)}{Dg\left(\frac{2\varrho + e}{2e}\right) - (2vn - n^2)}$$

diejenige Zahl, welche den Theil der Peripherie des äußern Rades angiebt, welcher in der Curve geschleift wird.

Indem auf dem schleifenden Rade nur das halbe Gewicht der Achsenbelastung $= \frac{P}{2}$ ruhend gedacht wird, und der schleifende Reibungscoefficient von Eisen auf Eisen $\frac{1}{5}$ ist, so ist

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2\,(2vn - n^2)}{Dg\left(\frac{2\varrho + e}{2e}\right) - (2vn - n^2)} =$$

$$\text{(Y)} \qquad \frac{\frac{P}{5}(2vn - n^2)}{Dg\left(\frac{2\varrho + e}{2e}\right) - (2vn - n^2)}$$

die Größe des, durch theilweise Schleifung des äußern Rades bei der Geschwindigkeit v — n in der ganzen Länge einer Curve vom Halbmesser ϱ, welche für eine Geschwindigkeit = v ohne Bewegungshinderniß gebaut ist, Statt findenden Reibungs-

hindernisses, als ein bestimmter Theil des Gewichtes P der Achsenbelastung.

§. 27. Auch die Größe des, bei der Geschwindigkeit $v - n$ wirksamen Durchmessers des äußern Rades, um daraus die Beträchtlichkeit der Radverschiebung gegen die Mitte der Bahn abzuleiten, kann aus den vorstehenden Größenverknüpfungen leicht gefunden werden.

Es fand sich im §. 26 bei (b) die Größe des bei der Geschwindigkeit $v - n$ wirksamen äußern Raddurchmessers

$$= D + \frac{ev^2}{g\varrho} - \frac{2evn}{g\varrho} + \frac{en^2}{g\varrho} - \frac{e}{k},$$

hierin den dort geltenden Werth

$$k = \frac{2g\varrho}{2v^2 - Dg}$$

gesetzt, ergiebt sich die gesuchte Größe dieses äußern Raddurchmessers

$$= D - \frac{e}{g\varrho}\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right).$$

Sobald also $2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}$ einen positiven Werth hat, ist der bei der Geschwindigkeit $v - n$ wirksame äußere Raddurchmesser kleiner als der ursprüngliche Durchmesser D; welches nur eintreten kann, wenn das innere Rad näher an seine Schiene geschoben ist, wie dieses der Fall ist, wenn es mit seinem ursprünglichen Durchmesser auf der Schiene läuft.

Besitzen die Radkränze, wie gewöhnlich $^1/_7$ Neigung, so ist

$$\frac{\frac{e}{g\varrho}\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right) . 12 \text{ Zolle}}{\frac{2}{7}} =$$

$$\frac{42e}{g\varrho}\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right) \text{ Zolle},$$

diejenige Länge, um welche das innere Rad näher an seine Schienen geschoben wird, als es der Fall ist, wenn es auf seinen ursprünglichen Durchmesser läuft. Hat dasselbe also in dieser letzten Lage $^3/_4$ Zoll Spielraum, so wird es bei der Geschwindigkeit $v - n$ den Spielraum

$$0,75 - \frac{42e}{g\varrho}\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right) \text{ Zolle besitzen.}$$

Ist 0,75 Zoll größer als der hier abzuziehende Theil, so bleibt dem innern Rade noch ein Spielraum. Ist 0,75 gleich groß wie der abzuziehende Theil, so ist zwar der Spielraum des innern Rades = 0, und der innere Spurkranz berührt die Schiene, ohne jedoch einen Druck von der Seite dagegen auszuüben. Ist aber 0,75 kleiner als die daran abzuziehende Größe, so übt der innere Spurkranz einen Seitendruck gegen die innere Schiene aus.

Oder, bei der Geschwindigkeit v — n ist der Spielraum des innern Rades zu klein um

$$(S) \quad \frac{42e}{g\varrho}\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right) - 0,75 \text{ Zoll},$$

sobald diese Zahl einen positiven Werth hat; ist ihr Werth = 0, so berührt der Spurkranz die innere Schiene ohne sie seitlich zu drücken; ist aber dieser Werth negativ, so zeigt dieses, daß der Spielraum des innern Rades hinlänglich groß ist, um ein Berühren des innern Spurkranzes mit der innern Schiene nicht eintreten zu lassen, und diese Größe kommt alsdann der Natur der Sache nach, nicht weiter in Berücksichtigung.

§. 28. Betrachtet man den Fall, wenn der innere Spurkranz unmittelbar an der innern Schiene sich befindet, aber ohne auf dieselbe schon einen Druck auszuüben, und man schiebt denselben alsdann durch eine seitwärts angebrachten Kraft um die Länge x Zolle gegen die Mitte der Bahn, so wird bei $\frac{1}{7}$ Neigung der Radkränze, dadurch das auf dem innern Rade ruhende Ende der Achse um $\frac{x}{7}$ Zoll sich senken, indem zugleich der Theil der Achse, welcher auf dem äußern Rade ruht, sich um $\frac{x}{7}$ Zoll erhebt, mithin wird dadurch der äußere Theil der Achse um $\frac{2x}{7}$ Zoll über den innern Achsentheil gehoben.

Eben so wenn bei irgend einer Größe der auf die Achse wirkenden Centrifugalkraft der Spielraum des innern Rades zu klein ist um x Zolle, als daß ohne wirklichen Seitendruck seines Spurkranzes, jedoch bei unmittelbarer Berührung desselben

mit der innern Schiene, die Achse ihre erforderliche freie Lage erhalten könnte, so ist dieses ein Beweis, daß hiefür der Kopf der äußern Schiene um $\frac{2x}{7}$ Zoll zu hoch liegt.

Ist also der Abstand der tragenden Punkte auf den beiden Schienen = e Fuß oder e . 12 Zoll, so ist $\frac{2x}{7 \cdot 12e} = \frac{x}{42e}$ die Neigung derjenigen Ebene gegen den Horizont, auf welcher in solchem Falle die Belastung der Achse = P durch die Rückwirkung der innern Schiene gegen den Seitendruck im Gleichgewicht gehalten werden muß, d. h. dieser Seitendruck hat die Größe = $\frac{Px}{42e}$, und wenn $\frac{1}{5}$ als Reibungscoefficient von Eisen auf Eisen hier angenommen wird, so hat das aus diesem Seitendrucke des innern Spurkranzes gegen die innere Schiene entspringende Reibungshinderniß die Größe

$$= \frac{Px}{42e} \cdot \frac{1}{5} = \frac{xP}{210e}.$$

Das Zeichen x bedeutet die Länge in Zollen, um welche der Spielraum 0,75 Zoll zu klein ist, und wofür im §. 27 bei (S) der Werth

$$\frac{42e}{g\varrho}\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right) - 0{,}75 \text{ Zoll}$$

gefunden ist.

Setzt man diesen Werth für x, so erhält man

$$(T) \quad \frac{Px}{210e} = P\left(\frac{\left(2vn - n^2 - \frac{Dg}{2}\right)}{5g\varrho} - \frac{1}{280e}\right).$$

Dieses ist also die Größe des Reibungshindernisses, welches durch das Anstreifen des innern Spurkranzes hervorgebracht wird, als ein bestimmter Theil von dem Gewichte P der Achse ausgedrückt, bei einer Geschwindigkeit v — n in einer Curve vom Halbmesser ϱ, welche so gebaut ist, daß in ihr bei der Geschwindigkeit v das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0 ist.

Dieses Reibungshinderniß am innern Spurkranze wirkt aber an einem Radhalbmesser, welcher größer ist als der tragende Halbmesser des Radkranzes, durch dessen Peripheriewälzung

genau die Länge der Curve zurückgelegt wird, und auf welchem es eben deshalb am einfachsten ist, die ganze Berechnung des Bewegungshindernisses zurückzuführen. Der genaue Unterschied dieser beiden Halbmesser ist von der jedesmaligen Gestalt des Schienenkopfes und des Spurkranzes abhängig. Bei der gewöhnlichen Gestalt der Schienenköpfe und Spurkränze wird jenes Reibungshinderniß (T) an einem Radhalbmesser wirken, welcher etwa ½ Zoll oder bei 3 Fuß hohen Rädern ungefähr um $\frac{1}{36}$ des tragenden Radhalbmessers größer ist. Will man daher auf diesen tragenden Radhalbmesser die Größe jenes Reibungshindernisses (T) zurückführen, so würde dasselbe etwa um $\frac{1}{36}$ seines vorhin berechneten Werthes zu vergrößern sein.

Aber bei Berechnung jener Größe (T) wurde der gleitende Reibungscoefficient für seitliches Anstreifen des Spurkranzes zu $\frac{1}{5}$ angenommen, eben so groß wie früher derjenige für gleitende Reibung des Radkranzes auf dem Schienenkopfe. Da aber nach einigem Gebrauche sowohl die anstreifenden Flächen der Spurkränze wie die Kanten der Schienen in den Bahnkrümmungen völlig blank polirt werden, so ist bei dieser Seitenreibung des Spurkranzes der Reibungscoefficient $\frac{1}{5}$ ohne Zweifel zu groß, derselbe wird im Mittelwerthe etwa $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{7}$ betragen. Mithin ist jener obige Ausdruck (T) des Reibungshindernisses an sich um $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{18}$ seines Werthes größer, als er in der Wirklichkeit Statt finden wird. Läßt man daher jenen berechneten Werth (T) ungeändert, so kann man unbedenklich denselben als auf den tragenden Halbmesser des Rades reducirt ansehen, ohne Gefahr, dadurch ein zu geringes Reibungshinderniß zu berechnen.

Dieser Ausdruck (T) kommt nun, der Bemerkung gemäß am Schlusse des §. 27, nur dann in Betracht, wenn derselbe einen positiven Werth besitzt. In diesen Fällen aber, wenn der Ausdruck (T) einen positiven Werth besitzt, also der Spurkranz des innern Rades an die innere Schiene streift, erlaubt es der Widerstand der innern Schiene nicht, daß die Achse so weit nach der innern Seite der Curve sich bewege, damit das äußere Rad eine so beträchtliche schleifende Bewegung annähme,

wie dieses bei freier Lage der Achse in dem Ausdrucke (Y) §. 26 zum Grunde liegt.

Denn wenn der Spielraum der Räder, sobald sie auf dem ursprünglichen Durchmesser laufen, ¾ Zoll = 0,0625 Fuß beträgt, und die Radkränze wie hier angenommen ist ⅐ Neigung besitzen, so kann der Durchmesser des innern Rades höchstens bis zu der Größe $D + 0,0625 \cdot \frac{2}{7} = D + 0,017857$ Fuß anwachsen, und der Durchmesser des äußern Rades kann höchstens bis zu $D - 0,017857$ Fuß abnehmen.

Der größte Werth, um welchen bei solcher Beschränktheit des Räderspielraumes der Durchmesser des innern Rades größer werden kann als der Durchmesser des äußern Rades, ist also = 0,03571 Fuß.

Wenn aber in einer Curve die Normalgeschwindigkeit Statt findet, wofür sie gebaut ist, so ist nach §. 21

$$D' = D\left(1 - \frac{e}{2\varrho}\right) \text{ und daher } D'' = D\left(1 + \frac{e}{2\varrho}\right).$$

Alsdann ist also der äußere Raddurchmesser größer als der innere um $= \frac{De}{\varrho}$ Fuß.

Mithin verglichen mit dieser Lage der Räder, wobei die Normalgeschwindigkeit Statt findet, wird also bei Geschwindigkeiten, welche so viel kleiner sind, daß der innere Spurkranz zum Anstreifen an die innere Schiene gelangt, die Länge des äußern Raddurchmessers im Verhältniß zur Länge des innern Raddurchmessers vermindert um $\frac{De}{\varrho} + 0,03571$ Fuß, und zwar ist es in dieser Hinsicht ganz gleichgültig, ob die Geschwindigkeit mehr oder weniger klein sei, sobald überhaupt nur der innere Spurkranz zum Anstreifen an die innere Schiene gekommen ist.

Sobald also der innere Spurkranz anstreift und das innere Rad auf seinem alsdann größern Raddurchmesser eine rein wälzende Umdrehung ausführt, schleift mithin das äußere Rad während einer Umdrehung in der Länge

$$\pi\left(\frac{De}{\varrho} + 0,03571\right) \text{ Fuß.}$$

Da aber während des Anstreifens des innern Spurkranzes der Durchmesser des äußern Rades die Größe = D — 0,017857 Fuß, dessen Peripherie also die Länge π (D — 0,017857) Fuß besitzt, so wird das äußere Rad geschleift in dem

$$\frac{\frac{De}{\varrho} + 0,03571}{D - 0,017857}^{\text{ten}} \text{ Theile seines Weges, und die Größe}$$

des durch theilweise Schleifung des äußern Rades entstehenden Bewegungshindernisses in allen Fällen, wenn der innere Spurkranz an die innere Schiene streift, ist also

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{1}{5} \frac{\left(\frac{De}{\varrho} + 0,03571\right)}{D - 0,017857} =$$

$$\text{(U)} \qquad \frac{P\left(\frac{De}{\varrho} + 0,03571\right)}{10\, D - 0,017857}.$$

Aus den vorstehenden Untersuchungen ergiebt sich daher, wenn eine Curve für die Normalgeschwindigkeit = v gebaut ist, und es findet eine kleinere Geschwindigkeit v — n in derselben Statt, so hat man, um die Größe des Bewegungshindernisses in derselben zu bestimmen, zunächst den Ausdruck (T) zu berechnen. Ist der Werth des (T) positiv, so zeigt dieses, daß der innere Spurkranz an die innere Schiene streift, alsdann hat man auch den Werth des Ausdruckes (U) zu berechnen, und (T) + (U) ergeben die Größe des Statt findenden Bewegungshindernisses.

Ist aber der Werth des (T) negativ, so streift der innere Spurkranz nicht an die innere Schiene, und alsdann hat man nur den Ausdruck (Y) §. 26 zu berechnen, welcher in solchen Fällen die ganze Größe des Statt findenden Bewegungshindernisses angiebt.

§. 29. Nach dem vorstehenden Verfahren sind die Angaben der angehängten Tafel II. berechnet, welche die Größen der durch die Krümmungen der Bahnen entstehenden Bewegungshindernisse angeben, als Decimaltheile vom Gewichte der Achse P, für die Fälle, wenn die in einer Bahnkrümmung wirklich Statt findende Geschwindigkeit kleiner ist als die Normalge=

schwindigkeit, bei welcher das Hinderniß der Curve gänzlich verschwindet.

Es sind dabei die Unterschiede der Geschwindigkeiten, sowohl derer, wofür die Bewegungshindernisse = 0 sind, wie derjenigen, welche in der Curve wirklich Statt finden, von 10 zu 10 Fuß angenommen, und zwar von 60 Fuß bis zu 10 Fuß Geschwindigkeit in einer Secunde, und es ist diese Berechnung wiederholt für verschiedene Krümmungshalbmesser von 10000 Fuß bis zu 600 Fuß Länge.

In denjenigen Fällen, wo die Größe des Bewegungshindernisses nicht nur vom theilweisen Schleifen des äußern Radkranzes auf dem äußern Schienenkopfe, sondern auch vom Anstreifen des innern Spurkranzes an der Seite der innern Schiene entsteht, sind die betreffenden Zahlen mit einem Sternchen bezeichnet. Die Tafel ist nach dem beim Eisenbahnwesen gebräuchlichen Englischen Fußmaße berechnet.

Der Inhalt dieser Tafel gewährt dem Practiker Anhaltspunkte seines Urtheiles über die allgemeinen Verhältnisse des Gegenstandes.

Z. B. unter Nr. 4 sind die Bahncurven mit 5000 Fuß Krümmungshalbmesser angeführt.

Ist eine Curve mit diesem Halbmesser so gebaut, daß sie für 30 Fuß Geschwindigkeit das Bewegungshinderniß = 0 macht, dieselbe wird aber nur mit 20 Fuß Geschwindigkeit in einem einzelnen Falle befahren, so zeigt die angehängte Tafel, daß alsdann ein Bewegungshinderniß der Krümmung von der Größe $0{,}000973 \,.\, P$ Statt findet $= \frac{P}{1028}$. Das Bewegungshinderniß der Curve hat also in diesem Falle die Größe des Bewegungshindernisses durch die Gravitation auf einer geradlinigen Bahn, welche $\frac{1}{1028}$ Steigung besitzt.

Vermindert sich in derselben Curve die Geschwindigkeit bis auf 10 Fuß, so deutet das Sternchen an, daß alsdann der innere Spurkranz seitlich an der innern Schiene schleift, und das Bewegungshinderniß hat alsdann die Größe $0{,}001464$ $P = \frac{P}{683}$.

Das Bewegungshinderniß in solcher Curve ist also bei dieser beträchtlichen Abweichung von der Normalgeschwindigkeit so groß, wie das von der Gravitation entspringende Hinderniß auf einer geradlinigen Bahn, welche $\frac{1}{683}$ Steigung besitzt.

Bei solchen Vergleichungen des in einzelnen Fällen möglicherweise eintreten könnenden Bewegungshindernisses in einer Curve, mit demjenigen Hindernisse, welches durch die Gravitation auf geradlinigen steigenden Bahnstrecken bewirkt wird, ist aber zugleich die gewöhnlich nur geringe Länge der Curven nicht außer Betracht zu lassen.

Denn wegen dieser geringen Längen der gekrümmten Bahnstrecken, wird in den meisten Fällen die bloße Beharrungskraft der bewegten Massen hinreichen, das etwaige Hinderniß der Krümmungen zu überwinden, ohne Steigerung der Kraft des Dampfwagens; wenn gleich dabei eine geringe Verminderung der Geschwindigkeit für kurze Zeit eintreten würde.

Die untere horizontale Reihe von Zahlen in den verschiedenen Nummern der angehängten Tafel II. giebt die größte noch zulässige Geschwindigkeit an, welche in den Curven eintreten darf, wenn sie für die in der oberen horizontalen Reihe angegebenen Normalgeschwindigkeiten gebaut sind. Diese größten noch zulässigen Geschwindigkeiten betragen z. B. bei Curven von 5000 Fuß Halbmesser, wenn sie gebaut sind:

für 60	Fuß	Normalgeschwindigkeit		= 62,9	Fuß.
„ 50	„	„	„	= 53,5	„
„ 40	„	„	„	= 44,3	„
„ 30	„	„	„	= 35,5	„
„ 20	„	„	„	= 27,6	„
„ 10	„	„	„	= 21,5	„

Die Ermittelung dieser größten noch zulässigen Geschwindigkeiten beruht auf folgenden Verhältnissen des Gegenstandes.

§. 30. Im §. 24 ergab sich, daß in allen Curven, deren Halbmesser größer als 600 Fuß ist, bei dem Stattfinden einer rein wälzenden Bewegung beider Räder, der Spurkranz des äußern Rades stets in einem gewissen Abstande von der äußern

Schiene sich befindet, und die angehängte Tafel I. enthält unter Nr. 3 die Länge dieses Abstandes, welche bei den größern Krümmungshalbmessern größer ist, bei den kleinern abnimmt und bei 600 Fuß Halbmesser = 0 ist.

Deshalb kann in jeder Curve, und zwar um so mehr, jemehr ihr Halbmesser größer als 600 Fuß ist, eine größere Geschwindigkeit Statt finden als die Normalgeschwindigkeit, ohne daß dadurch ein Anstreifen des äußern Spurkranzes an die äußere Schiene zu besorgen wäre.

Zwar wird bei einer solchen größeren Geschwindigkeit, die Curve ein Bewegungshinderniß erzeugen von einer gewissen Größe; allein eben dadurch wird die Geschwindigkeit abnehmen und sich der Normalgeschwindigkeit nähern, wobei das Bewegungshinderniß der Curve verschwindet.

Dieser Umstand gereicht dem Transportbetriebe auf gekrümmten Bahnstrecken insofern zum unverkennlichen Vortheile, indem besonders bei den Bahnen, deren größte Transportgeschwindigkeit nicht größer als etwa 5 geographische Meilen in 1 Stunde beträgt, die wirklich Statt findende Geschwindigkeit schon ziemlich viel kleiner als die größte zuläßige sein kann, ohne dennoch viel kleiner als die Normalgeschwindigkeit zu sein; für größere als die Normalgeschwindigkeit, das entstehende Bewegungshinderniß aber keine Beachtung erfordert.

Es ist also zu ermitteln, wenn eine Curve so gebaut ist, um bei der beabsichteten größtmöglichen Geschwindigkeit zwar eine unmittelbare Berührung, aber noch kein Anstreifen des äußern Spurkranzes an die äußere Schiene zu gestatten, wie groß alsdann die Normalgeschwindigkeit dieser Curve sei, wobei sie das Hinderniß der Krümmung verschwinden macht.

Ist diese Normalgeschwindigkeit gefunden, so läßt sich für jede kleinere Geschwindigkeit das Bewegungshinderniß berechnen mittelst des Verfahrens im §. 28, während für größere als die Normalgeschwindigkeit, aus dem vorhin angegebenen Grunde, die Ermittelung des Bewegungshindernisses kein Interesse besitzt.

Ist die größtmögliche beabsichtete Geschwindigkeit bei dem Halbmesser ϱ, mit = v bezeichnet, und soll dabei nur eben

noch das Anstreifen des äußern Spurkranzes verhütet werden, so muß nach §. 22, Gleichung III., die Größe

$$k = \frac{400\,g\varrho}{400\,v^2 - g\varrho}$$

betragen.

Wenn aber in einer Curve vom Halbmesser ϱ, die Größe des k gegeben ist, so findet sich nach §. 17 und §. 16 Gleichung I. diejenige Geschwindigkeit c, bei welcher beide Räder eine rein wälzende Bewegung annehmen.

$$c = \sqrt{\left(\frac{Dkg + 2g\varrho}{2k}\right)}.$$

Wird also in diese Gleichung der hier Statt findende Werth

$$k = \frac{400\,g\varrho}{400\,v^2 - g\varrho}$$

gesetzt, so ergiebt sich

$$\text{(A)} \qquad c = \sqrt{\left(v^2 + \frac{g}{2}\left(D - \frac{\varrho}{200}\right)\right)}.$$

Die Größe der Normalgeschwindigkeit c, bei welcher kein Bewegungshinderniß Statt findet, in einer Curve vom Halbmesser ϱ, deren äußere Schiene eine solche Erhebung über die innere besitzt, wodurch bei der Geschwindigkeit = v ein bloßes Berühren des äußern Spurkranzes, ohne einen wirklichen Seitendruck gegen die äußere Schiene Statt findet.

Aus der Gleichung (A) findet sich auch

$$\text{(B)} \qquad v = \sqrt{\left(c^2 + \frac{g}{2}\left(\frac{\varrho}{200} - D\right)\right)}$$

wodurch für eine gegebene Normalgeschwindigkeit = c, bei welcher das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0 sein soll, diejenige Geschwindigkeit v sich findet, bei welcher der äußere Spurkranz mit der äußern Schiene in Berührung kommt, ohne aber schon einen Druck gegen dieselbe auszuüben, d. h. die größte Geschwindigkeit, welche in einer solchen Curve noch zulässig ist.

Nach dieser Gleichung (B) sind die untern horizontalen Reihen von Zahlen in den verschiedenen Abtheilungen der angehängten Tafel II. berechnet.

Sie ergeben also die größten noch zulässigen Geschwindig-

keiten bei den dortigen verschiedenen Krümmungshalbmessern in den Curven, für welche die obere horizontale Zahlenreihe die Größe der Normalgeschwindigkeit angiebt, wobei das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0 ist.

Dritter Abschnitt.

Untersuchung über die Anwendbarkeit der bisherigen Berechnungen, wenn eine Anzahl von Wagen zu einem Eisenbahnzuge vereinigt werden.

§. 31. Die bisherigen Untersuchungen über den Widerstand der Bahnkrümmungen beziehen sich nur auf die Bewegungsverhältnisse einer einzigen belastet gedachten und mit ihren beiden Rädern fest verbundenen Achse. Nur im §. 20 ist bemerkt, daß bei nicht allzukleinen Krümmungshalbmessern, hinsichtlich der verschiedenen Achsen eines Wagens, ohne einen merklichen Irrthum besorgen zu dürfen, anzunehmen sei, die einander eigentlich parallel liegen sollenden Achsen eines Wagens hätten sämmtlich eine Richtung gegen den Mittelpunkt der Bahncurve.

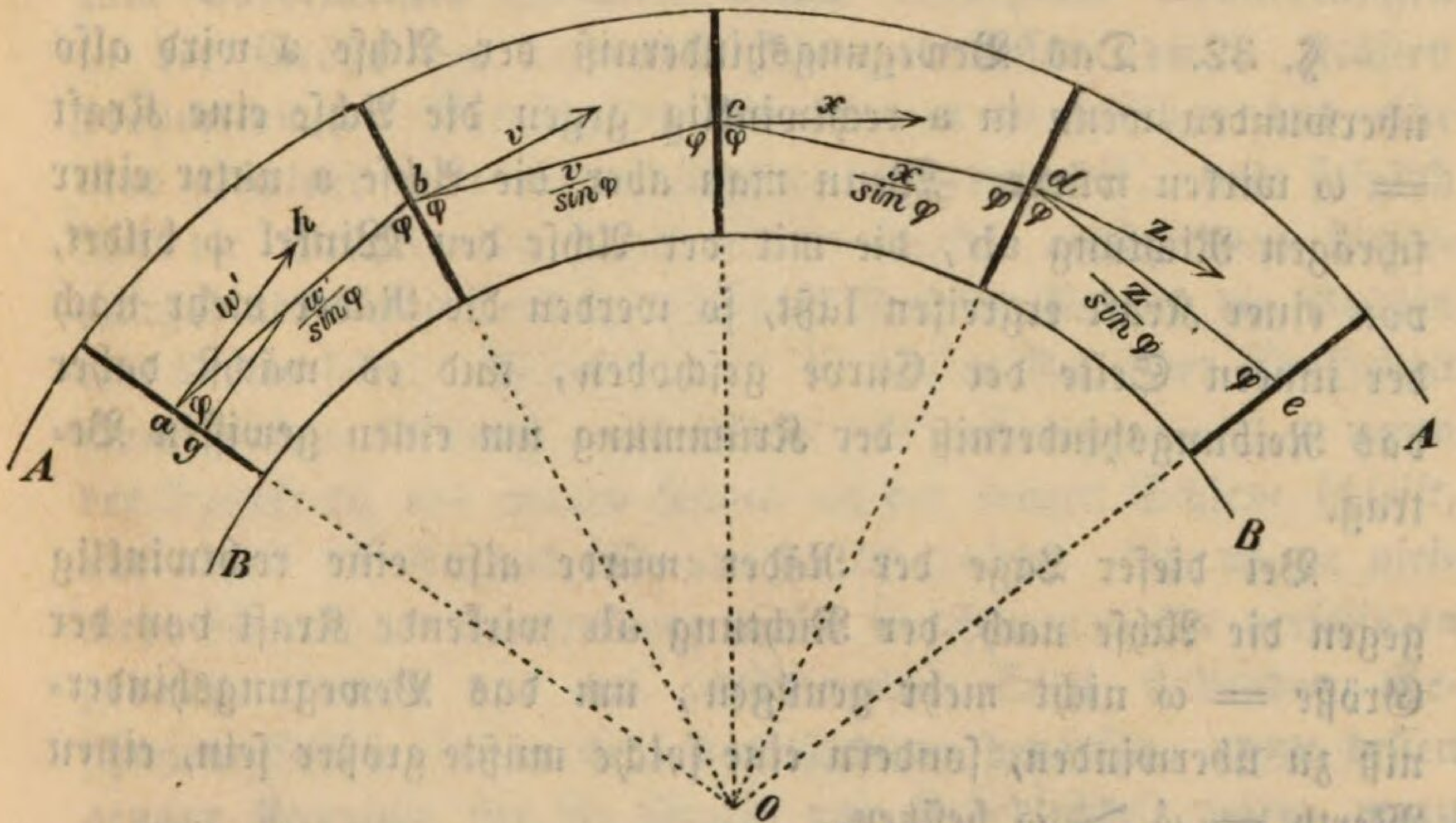
Die bisherige Behandlung des Gegenstandes bezweckte die Größe einer Kraft zu ermitteln, welche, rechtwinklig gegen eine einzelne belastete Achse wirkend, das Bewegungshinderniß der Krümmung für dieselbe unter den verschiedenen Umständen aufhebt.

Allein bei Eisenbahnzügen, welche eine Bahncurve durchlaufen, befindet sich eine Anzahl Wagen mit Ketten aneinander gehängt, indem die Zugkraft unmittelbar auf den vorderen dieser Wagen wirkt, welcher den nachfolgenden seine Bewegung mittheilt. Die Zugketten, welche die Wagen mit einander verbinden, liegen in einer Curve nicht genau rechtwinklig gegen

die Achsen, und es ist daher in der Natur dieser Einrichtung begründet, daß hieraus eine Zerlegung der Zugkraft entspringt, wovon ein Theil gegen die innere Schiene wirksam wird, mithin nicht nur für die Zugkraft verloren geht, sondern durch den Druck, welchen dadurch die Achsen gegen die innere Schiene erleiden, zugleich eine Vergrößerung des Bewegungshindernisses entstehen kann und gewöhnlich entstehen wird.

Hierin zeigt sich ein nachtheiliges Verhältniß der gekrümmten Bahnstrecken, und es ist erforderlich, diesen Umstand näher zu untersuchen, weil, wenn aus demselben ein erhebliches Bewegungshinderniß entspringen könnte, die vorhergehenden Ermittelungen über die Größe der in einer Bahncurve unter den verschiedenen Umständen erforderlichen Kräfte, und die daraus abzuleitenden Folgerungen über die Art des Baues und die Transport-Betriebsverhältnisse in den gekrümmten Bahnstrecken, einer erheblichen Modification unterliegen müßten.

Fig. 6.



Es seien AA, BB, die äußern und innern Schienenstränge einer Curve, deren Mittelpunkt in O sich befindet. a, b, c, d, e sind die Mitten einzelner belasteter Achsen, welche nach der durch einen Pfeil angedeuteten Richtung sich bewegen; ab, bc, cd, de sind die Zugketten wodurch sie mit einander ver-

bunden sind. Die Entfernung der verschiedenen Achsen wird, der Einfachheit wegen, gleich groß angenommen, ab = bc = cd = de, auch wird die Belastung aller Achsen gleich groß gedacht. Der Winkel, welchen die Richtung der Zugketten mit den Achsen, also auch für eine jede mit der Richtung des Krümmungshalbmessers bilden, Oab, Oba, ist für sämmtliche Achsen von gleicher Größe = φ.

Es wird angenommen, die Achsen besitzen eine gewisse Geschwindigkeit, kleiner als die Normalgeschwindigkeit wofür die Curve gebaut ist, so daß jeder Druck, wodurch die Räder der innern Schiene mehr genähert werden, ihr Bewegungshinderniß in der Curve vergrößert. Bei dieser Geschwindigkeit und der dadurch bewirkten Lage der Räder in der Curve erfordert jede Achse zu Ueberwindung ihres Bewegungshindernisses eine rechtwinklig auf sie wirkende Kraft = ω, im Fall sie nicht mit einander verbunden, sondern einzeln bewegt würden.

Die Achse, deren Mitte der Punkt a bezeichnet, ist die letzte Achse des Zuges.

§. 32. Das Bewegungshinderniß der Achse a wird also überwunden wenn in a rechtwinklig gegen die Achse eine Kraft = ω wirken würde. Wenn man aber die Achse a unter einer schrägen Richtung ab, die mit der Achse den Winkel φ bildet, von einer Kraft ergreifen läßt, so werden die Räder mehr nach der innern Seite der Curve geschoben, und es wächst daher das Reibungshinderniß der Krümmung um einen gewissen Betrag.

Bei dieser Lage der Räder würde also eine rechtwinklig gegen die Achse nach der Richtung ab wirkende Kraft von der Größe = ω nicht mehr genügen, um das Bewegungshinderniß zu überwinden, sondern eine solche müßte größer sein, einen Werth = $\acute{\omega} > \omega$ besitzen.

Angenommen, sie wäre bekannt, so muß nach der Richtung ab eine Kraft $\frac{\acute{\omega}}{\sin\varphi}$ wirken, und dabei wirkt dann in der Richtung der Achse, oder des Krümmungshalbmessers gegen den Mittelpunkt O der Curve, eine Kraft ag = $\acute{\omega}$ cotang φ.

Die Wirkung dieser letzten Kraft, wegen des daraus entstehenden Reibungshindernisses, ist es, weshalb die rechtwinklig gegen die Achse wirkende Kraft ω zu klein wird, und eine größere ώ erforderlich ist.

Hinsichtlich der Größe des Reibungshindernisses, welches aus einem Druck der Räder gegen das Centrum der Curve entspringt, sind an sich zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder bei der in der Curve Statt findenden Geschwindigkeit streift der Spurkranz des innern Rades, auch wenn die Achsen nicht mit einander verbunden wären, schon an der innern Schiene, und alsdann ist klar, daß die Größe des aus einem hinzukommenden Drucke der Achse gegen die innere Schiene entspringenden Reibungshindernisses, der Größe des Druckes proportional, und der Reibungscoefficient von Eisen gegen Eisen = $\frac{1}{5}$ ist.

Oder aber, bei der in der Curve Statt findenden Geschwindigkeit streift der Spurkranz des innern Rades, bei den nicht mit einander verbundenen Achsen, noch nicht an der innern Schiene. Allein in diesem Falle sind die durch solche, zum Curvencentro gerichtete Kräfte entstehende Abänderungen in der Größe der wirkenden Raddurchmesser, diesen Kräften proportional. Mithin sind die Längen in welchen das eine Rad geschleift wird diesen Kräften proportional, und folglich sind die Größen des durch solche Kräfte entstehenden Bewegungshindernisses stets im gleichen Verhältnisse wie die Größen der Kräfte selbst. Allerdings ist in diesem Falle der Coefficient einer solchen Reibung weit kleiner als derjenige = $\frac{1}{5}$, wenn der Spurkranz des innern Rades an der innern Schiene schleift, wie dieses die Formel (Y) im §. 26 ergiebt. Es würde vielmehr die nähere Ermittelung dieses Coefficienten für verschieden gebaute Curven und bei verschiedenen Statt findenden Geschwindigkeiten eine weitere Untersuchung bedürfen, wenn dessen genaue Kenntniß für die Praxis von Erheblichkeit wäre, wozu der Verlauf der nachstehenden Behandlung des Gegenstandes leicht die nöthige Berücksichtigung nehmen könnte. Indeß wird eine solche Subtilität der Rechnungen sich als entbehrlich erweisen. Eben deshalb wird auch nicht eines dritten Falles weiter hier erwähnt; nämlich wenn bei der Statt findenden

Geschwindigkeit die Spurkränze der unverbundenen Achsen noch nicht an der innern Schiene streifen, aber der Druck zum Curvenmittelpunkte, welcher durch das Zusammenverbinden der Achsen entspringt, etwa in Hervorbringung eines solchen Anstreifens des innern Spurkranzes einen Theil seiner Wirkung äußert.

Es genügt hier einstweilen die jedenfalls richtige Annahme, die Größe des Reibungshindernisses, welches aus einem Drucke der Achsen zum Curvenmittelpunkte entspringt, sei der Größe des Druckes proportional, und es wird der Reibungscoefficient unbestimmt $= f$ bezeichnet.

Es entsteht also durch den zum Curvenmittelpunkte gerichteten Druck $\acute{\omega}$ cotang φ, welchen die Achse a erleidet, ein Reibungshinderniß $= f \,.\, \acute{\omega} \,.\, \text{cotang}\ \varphi$, und die Größe dieses Reibungshindernisses ist offenbar der Grund, weshalb eine rechtwinklig auf der Achse nach ah wirkende Kraft ω nicht genügt, um das bei solcher Lage der Räder Statt findende Bewegungshinderniß zu überwinden, sondern dazu eine größere Kraft $= \acute{\omega}$ rechtwinklig gegen die Achse a angebracht werden müßte. Das heißt

$$\acute{\omega} - \omega = f \,.\, \acute{\omega}\ \text{cotang}\ \varphi \quad \text{oder}$$

$$\acute{\omega} - f \,.\, \acute{\omega}\ \text{cotang}\ \varphi = \omega$$

$$\text{(A)} \qquad \acute{\omega} = \frac{\omega}{1 - f\ \text{cotang}\ \varphi} \quad \text{oder auch}$$

$$\acute{\omega} = \omega + f\ \acute{\omega}\ \text{cotang}\ \varphi \,.$$

Mithin hat der Druck der Achse a in der Richtung zum Curvenmittelpunkte $= \acute{\omega}$ cotang φ die Größe

$$(\alpha) \qquad \acute{\omega}\ \text{cotang}\ \varphi = \frac{\omega \,.\, \text{cotang}\ \varphi}{1 - f \,.\, \text{cotang}\ \varphi} \,.$$

§. 33. Die folgende Achse b wird in der schrägen Richtung unter dem Winkel φ von b nach a zurückgezogen mit der Kraft $\dfrac{\acute{\omega}}{\sin\varphi}$.

Hieraus entspringt in b eine rechtwinklig gegen die Achse in b gerichtete zurückziehende Kraft $= \acute{\omega}$ und ein Druck in der Richtung gegen den Curvenmittelpunkt $= \acute{\omega}$ cotang φ.

Die Achse b, welcher in ihrer ursprünglichen freien Lage zu ihrer eigenen Bewegung eine rechtwinklig auf sie wirkende Kraft $= \omega$ genügt, bedarf aber, wenn sie durch das schräge Ziehen nach a gegen das Curvencentrum mit der Kraft $\acute{\omega} \,.\, \text{cotang}\ \varphi$ gedrückt wird, zu ihrer eigenen Bewegung eine rechtwinklig auf ihre Lage gerichtete Kraft $= \omega + f\, \acute{\omega}\, \text{cotang}\ \varphi$; außerdem aber wirkt noch rechtwinklig gegen die Achse b gerichtete zurückziehende Kraft $= \acute{\omega}$.

Sollte daher diese Achse durch eine rechtwinklig gegen ihre Lage gerichtete Zugkraft bewegt werden, so müßte diese die Größe haben $\acute{\omega} + \omega + f \,.\, \acute{\omega} \,.\, \text{cotang}\ \varphi$.

Allein die ziehende Kraft wird in b nicht rechtwinklig gegen die Achse, sondern in der Richtung bc unter dem Winkel φ angebracht. Dadurch entsteht ein Zuwachs des schon vorhandenen Druckes gegen die innere Schiene, und es genügt daher in dieser Lage der Achse b nicht mehr eine rechtwinklig auf sie wirkende Kraft von der Größe $= \acute{\omega} + \omega + f.\, \acute{\omega} \,.\, \text{cotang}\ \varphi$, sondern es müßte irgend eine größere Kraft V rechtwinklig auf die Achse b angebracht werden. Die in der Richtung bc wirkende Kraft hat also die Größe $= \frac{V}{\sin \varphi}$, und es wird dadurch ein in der Richtung zum Curvenmittelpunkte wirkender Druck $= V \,.\, \text{cotang}\ \varphi$ entspringen, aus welchem ein Reibungshinderniß $= f \,.\, V \,.\, \text{cotang}\ \varphi$ hervorgeht.

Eben die Größe dieses Reibungshindernisses ist es, weshalb eine rechtwinklig auf die Achse b angebrachte Kraft $\acute{\omega} + \omega + f \,.\, \acute{\omega} \,.\, \text{cotang}\ \varphi$ zu klein ist, und dieselbe vielmehr die Größe $= V$ haben muß. Es ist also

$$\acute{\omega} + \omega + f \,.\, \acute{\omega} \,.\, \text{cotang}\ \varphi + f \,.\, V \,.\, \text{cotang}\ \varphi = V$$

und daher

$$V = \frac{\acute{\omega} + \omega + f.\, \acute{\omega}\,.\, \text{cotang}\ \varphi}{1 - f\, \text{cotang}\ \varphi}.$$

Bezeichnet nun zur Abkürzung die Größe

$$f \,.\, \text{cotang}\ \varphi = y,$$

so ist

$$V = \frac{\acute{\omega} + \omega + \acute{\omega}\, y}{1 - y}$$

und hierin für ω' seinen gefundenen Werth

$$\omega' = \frac{\omega}{1 - f \,.\, \text{cotang}\, \varphi} = \frac{\omega}{1 - y}$$

gesetzt, so findet sich

$$V = \frac{\omega}{1-y} + \frac{\omega'(1+y)}{1-y} = \frac{\omega}{1-y} + \frac{\omega(1+y)}{(1-y)^2}$$

oder

$$\text{(B)} \qquad V = \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y}\right).$$

Nach der Richtung bc zieht also die Kraft $\frac{V}{\sin \varphi}$, und der daraus entstehende Druck nach der Richtung zum Curvenmittelpunkte ist $= V \,.\, \text{cotang}\ \varphi$. Hierin für V den eben gefundenen Werth gesetzt, ist dieser Druck

$$= \frac{\omega \,.\, \text{cotang}\, \varphi}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y}\right).$$

Es befand sich aber in b wegen des Zurückziehens nach a schon ein zum Curvenmittelpunkte gerichteter Druck von der Größe $= \frac{\omega \,.\, \text{cotang}\, \varphi}{1-y}$. Folglich ist der vollständige zum Mittelpunkte der Curve gerichtete Druck, welchen die Achse b erleidet

$$(\beta) \qquad = \frac{\omega \,.\, \text{cotang}\, \varphi}{1-y}\left(2 + \frac{1+y}{1-y}\right);$$

§. 34. Die dritte Achse c wird in der Richtung cb von der Kraft $\frac{V}{\sin \varphi}$ zurückgezogen, und dadurch entspringt in c wegen des Zurückziehens rechtwinklig auf die Achsenlage das Hinderniß $= V$, und ein Druck der Achse in der Richtung zum Curvenmittelpunkte $= V \,.\, \text{cotang}\ \varphi$. Aus diesem Drucke entspringt für die eigene Bewegung der Achse c ein Reibungshinderniß $= f \,.\, V \,.\, \text{cotang}\ \varphi = Vy$.

Die eigene Bewegung der Achse c erfordert also eine rechtwinklig gegen die Achse gerichtete Kraft $= \omega + Vy$; und da sie außerdem rechtwinklig gegen ihre Lage mit der Kraft $= V$ zurückgezogen wird, so wäre die ganze in c, rechtwinklig gegen die Achse erforderliche Zugkraft $= \omega + Vy + V$.

Da aber der Zug nicht rechtwinklig zu der Achsenlage sondern nach der Richtung cd unter dem Winkel φ wirklich erfolgt,

so entsteht dadurch ein Zuwachs des vorhandenen Druckes in der Richtung zum Curvenmittelpunkte, und es muß daher bei solcher entstehenden Lage der Achse eine größere Kraft X rechtwinklig gegen dieselbe angebracht werden, welche alsdann nach cd mit der Größe $\frac{X}{\sin\varphi}$ wirkt und einen Druck $X \,.\, \text{cotang}\,\varphi$ in der Richtung zum Curvenmittelpunkte hervorbringt, wodurch das Reibungshinderniß $= f \,.\, X \,\text{cotang}\,\varphi = Xy$ entspringt.

Man hat also die Gleichung

$$\omega + V + Vy + Xy = X \text{ oder}$$

$$\frac{\omega + V(1+y)}{1-y} = X\,.$$

Für V den gefundenen Werth (B) gesetzt

$$X = \frac{\omega + \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y}\right)(1+y)}{1-y} \text{ oder}$$

$$\text{(C)} \quad X = \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2\right) =$$

die Größe der Kraft, welche rechtwinklig auf die Achse c angebracht werden muß.

§. 35. Die bisherigen Untersuchungen haben also ergeben hinsichtlich der Größe der Kräfte, welche rechtwinklig auf die Achsenrichtungen angebracht werden müßten, um den Bewegungshindernissen zu genügen, welche durch das schräge Ziehen unter dem Winkel φ vermehrt werden, nach Angabe der obigen Ausdrücke (A), (B), (C).

Für die 1ste Achse

$$= \omega' = \frac{\omega}{1-y}\,,$$

für die 2te Achse

$$= V = \frac{\omega + \omega' + \omega' y}{1-y} = \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y}\right),$$

für die 3te Achse

$$= X = \frac{\omega + V + Vy}{1-y} = \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2\right).$$

Indem man nun diese Untersuchung weiter fortsetzt, wiederholt sich natürlich stets dasselbe Verfahren, und es erscheinen

für die Größe der auf die nächstfolgende Achse rechtwinklig anzubringenden Kraft, dem Bisherigen gemäß, folgende Theile: zunächst die Größe ω, welche bei freier Lage der Achse rechtwinklig auf sie angebracht, dem Bewegungshindernisse genügt hätte; alsdann die Kraft, welche auf die vorhergehende Achse rechtwinklig angebracht werden muß; ferner dieselbe Kraft mit der Größe y multiplicirt. Diese drei Theil werden summirt und durch 1 — y dividirt.

So ergiebt sich die rechtwinklig auf die Achsenlage anzubringende Kraft

für die 4te Achse

$$= Z = \frac{\omega + X + Xy}{1 - y} = \frac{\omega + X(1+y)}{1 - y}.$$

Hierin für X seinen Werth gesetzt, erscheint die Größe dieser Kraft für die 4te Achse

$$Z = \frac{\omega}{1-y} + \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2\right)\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$$

oder

$$\text{(D)}\quad Z = \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^3\right).$$

Allgemein: Wenn n + 1 Achsen mit einander verbunden sind, so erfordert die vordere Achse eine rechtwinklig auf sie wirkende Zugkraft von der Größe

$$\text{(E)}\quad \frac{\omega}{1-y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^3 + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^4 + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^5 + \ldots\ldots \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^n\right).$$

Um also die erforderliche auf die vordere Achse rechtwinklig anzubringende Kraft zu berechnen, wenn n + 1 Achsen mit einander verbunden sind, ist die vorstehende Reihe zu summiren. Die Summe dieser Reihe

$$= \frac{\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1+y}{1-y} - 1}$$

und die auf die vordere Achse rechtwinklig anzubringende Kraft ist also

$$(F) \qquad \frac{\omega}{1-y}\left(\frac{\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^{n+1}-1}{\frac{1+y}{1-y}-1}\right).$$

Es ist wohl kaum erforderlich zu bemerken, daß in der Wirklichkeit auch die vordere Achse, welche durch die Kraft des Dampfwagens bewegt wird, nicht in einer zu dieser Achse genau rechtwinkligen Richtung gezogen werde, daß es aber hier nur darauf ankomme dem Verlaufe der Berechnungen eine Grenze zu setzen, um die durch das Verbundensein der Achsen entstehende Vermehrung der erforderlichen Zugkraft an der vorderen Achse zu ermitteln, welche, als solche, natürlich rechtwinklig auf die vordere Achse angebracht gedacht werden muß.

§. 36. Es ist schon vorhin bei (α) und (β) die Größe des Druckes bestimmt, welchen die beiden hintern Achsen a und b in der Richtung gegen den Mittelpunkt der Curve erleiden; es kann dieses aber auch noch für die folgenden Achsen geschehen.

Auf die 3te Achse c, entsteht durch das Zurückziehen nach b ein zum Curvenmittelpunkte gerichteter Druck $= V \cdot \text{cotang}\,\varphi$, und durch den Zug nach vorwärts entsteht daselbst ein solcher Druck $= X \cdot \text{cotang}\,\varphi$.

Die gesammte Kraft, mit welcher die Achse c zum Mittelpunkte der Curve geschoben wird, ist also $= (V + X)\,\text{cotang}\,\varphi$.

Hierin für V und X die gefundenen Werthe gesetzt, giebt diesen auf die Achse c wirkenden Druck

$$= \frac{\omega}{1-y}\left(1+\frac{1+y}{1-y}+1+\frac{1+y}{1-y}+\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2\right)\text{cotang}\,\varphi$$

$$(\gamma) \qquad = \frac{\omega \cdot \text{cotang}\,\varphi}{1-y}\left(2+2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)+\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2\right).$$

Auf die 4te Achse in d wirkt durch das Zurückziehen nach c eine zum Curvenmittelpunkte gerichtete Kraft $= X\,\text{cotang}\,\varphi$; und durch den Zug nach vorwärts entsteht daselbst in dieser Richtung die Wirkung einer Kraft $= Z \cdot \text{cotang}\,\varphi$.

Der ganze zum Curvenmittelpunkte gerichtete Druck in der

4ten Achse ist also $(X + Z) \operatorname{cotang} \varphi$. Hierin für X und Z die gefundenen Werthe gesetzt, ist derselbe

$$\frac{\omega . \operatorname{cotang} \varphi}{1 - y}\left(1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + 1 + \frac{1+y}{1-y} + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^3\right) =$$

$$(\delta) \quad \frac{\omega . \operatorname{cotang} \varphi}{1 - y}\left(2 + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right) + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^3\right).$$

Allgemein: wenn $n + 1$ Achsen zu einem Zuge mit einander verbunden sind, so hat der zum Mittelpunkte der Curve gerichtete Druck in der vordersten, der $n + 1$sten Achse, wenn diese Achse durch eine auf ihre Lage unter φ gerichtete Kraft bewegt würde, die Größe

$$(\varepsilon) \quad = \frac{\omega . \operatorname{cotang} \varphi}{1 - y}\left(2 + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right) + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^3 + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^4 + \ldots\ldots\ldots \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^n\right).$$

Diese Reihe enthält zugleich den ganzen Inbegriff der Kräfte, deren Wirkung in der Richtung zum Mittelpunkte der Curve die successiv auf einander folgenden Achsen erleiden.

Will man z. B. die Größe des zum Curvenmittelpunkte gerichteten Druckes kennen, welchen die mte Achse erleidet, wenn m eine kleinere Zahl ist als $n + 1$, welche letztere die ganze Anzahl der verbundenen Achsen angiebt, so hat man diese Reihe bis zum mten Gliede zu entwickeln und zu summiren. Der Druck für diese mte Achse ist

$$= \frac{\omega . \operatorname{cotang} \varphi}{1 - y}\left(2 + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right) + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2 + 2\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^3 + \ldots\ldots \left(\frac{1+y}{1-y}\right)^{m-1}\right).$$

Vergleicht man diesen Werth des Druckes, welchen die mte Achse in der Richtung zum Curvenmittelpunkte erleidet, mit dem Ausdrucke (E) im §. 35, so ist dieser zum Curvenmittelpunkte gerichtete Druck der mten Achse, die mit Ausnahme des letzten Gliedes verdoppelte, für diese Achse erforderliche rechtwinklig auf sie wirkend gedachte Zugkraft, multiplicirt mit $\operatorname{cotang} \varphi$.

Könnte es für die Praxis jemals ein Interesse haben, auf die verschiedenen Werthe des Reibungscoefficienten f bei den verschiedenen Achsen, also dadurch auch der Größe y Rücksicht zu nehmen, indem y deshalb für die verschiedenen Achsen veränderte Werthe $y, \overset{1}{y}, \overset{2}{y}, \overset{3}{y}$ u. s. w. erhielte, so müßte man diesen Umstand, von der ersten Achse anhebend, successive bei den folgenden Achsen gehörig berücksichtigen. Bei solchen verschiedenen Werthen des y verlieren die Reihen, welche die zu bestimmenden Größen angeben, allerdings ihre vorliegende einfache Gestalt, allein außer der Beschwerlichkeit der dazu erforderlichen Rechnungsoperationen hat die Sache an sich weiter keine Schwierigkeit. Das Nachstehende wird indeß ergeben, daß die Beschaffenheit des Gegenstandes bei den in der Anwendung vorkommenden Grenzen, das Eingehen in dergleichen genaue Bestimmungen für die Zwecke der Praxis gänzlich entbehrlich macht.

§. 37. Es ergab sich im §. 35, für den Fall, wenn n + 1 Achsen mit einander verbunden sind, die Größe der auf der vorderen Achse anzuwendenden Zugkraft im Ausdrucke (F)

$$= \frac{\omega}{1-y}\left(\frac{\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1+y}{1-y} - 1}\right).$$

Der Werth dieses Ausdruckes ist um so größer, je größer y ist. Die Größe $y = f \cdot \text{cotang}\ \varphi$ aber ist um so größer, je größer der Reibungscoefficient f und je größer cotang φ ist.

Der größte Werth, welchen f haben kann, findet in den bereits im §. 32 angedeuteten Fällen Statt, wo $f = \frac{1}{5}$ ist.

Die Größe cotang φ ist abhängig von der Größe des Abstandes der Achsen von einander und von der Größe des Krümmungshalbmessers.

Ist der Abstand der Mitte zweier benachbarten Achsen = a Fuß, und die Länge des Krümmungshalbmessers = ϱ Fuß, so ist $\text{cotang}\ \varphi = \sqrt{\frac{a^2}{4\varrho^2 - a^2}}$.

Je größer a und je kleiner ϱ, je größer ist cotang φ.

Der Abstand der beiden Achsen wird in der Anwendung selten größer als 12 Fuß sein. Setzt man daher $a = 12$, und nimmt den Krümmungshalbmesser nur zu 1000 Fuß an, so ist $\text{cotang}\, \varphi = 0{,}006$. Nimmt man auch für f seinen größtmöglichen Werth $= \frac{1}{5}$, so ist bei dieser Annahme $f \cdot \text{cotang}\, \varphi = 0{,}0012 = y$.

Diesen Werth y in den obigen Ausdruck (F) gesetzt, wird $1 + y = 1{,}0012$ und $1 - y = 0{,}9988$, daher

$$\frac{1+y}{1-y} = 1{,}0024029 .$$

Angenommen, es sind 20 Achsen mit einander verbunden, also $n + 1 = 20$, so ist die an der vordern Achse rechtwinklig anzubringende Zugkraft

$$= \frac{\omega}{0{,}9988} \left(\frac{1{,}0024029^{20} - 1}{1{,}0024029 - 1} \right) = \omega \cdot 20{,}467 .$$

Diese 20 verbundenen Achsen, bei einem so kleinen Krümmungshalbmesser, und unter der Annahme daß sämmtliche innere Räder seitlich an der innern Schiene schleifen, erfordern daher, als Folge ihres Verbundseins, noch nicht völlig $\frac{1}{42}$ derjenigen Zugkraft mehr, welche für diese 20 Achsen erforderlich gewesen wäre, wenn sie sämmtlich einzeln bewegt würden, wobei jede Achse eine rechtwinklig gegen ihre Lage gerichtete Zugkraft von der Größe $= \omega$ bedarf.

Wenn P die Belastung jeder einzelnen Achse bezeichnet, so ist auf geradlinigen horizontalen Bahnstrecken die Kraft ω als ein mittlerer durchschnittlicher Werth etwa $\omega = \frac{P}{280}$ anzunehmen.

Bei starken Ansteigungen der Bahn kommt noch ein der Steigung proportionaler Theil von P, als durch die Gravitation veranlaßtes Bewegungshinderniß hinzu. Z. B. wenn die Transporte auf einer Bahnebene mit $\frac{1}{100}$ Neigung aufsteigen, erscheint für ω ein Theil $= \frac{P}{100}$.

Ferner kann ω einen Zuwachs erhalten, wenn die Geschwindigkeit in der Curve beträchtlich geringer als die Normalgeschwindigkeit in derselben ist, dessen Größe die angehängte

Tafel II. für verschiedene Fälle nachweiset. Es wird nach Inhalt dieser Tafel, besonders wenn man es vermeidet, allzukleine Krümmungshalbmesser zu wählen, wo sehr große Geschwindigkeiten Statt finden können, zu den sehr seltenen Fällen gehören, daß der Widerstand der Krümmung bis $\frac{P}{200}$ anwachsen könnte.

Nimmt man aber auch einen solchen Fall an, indem dabei zugleich eine Steigung $\frac{1}{100}$ Statt fände, so ist die Größe der Kraft ω bei dem Zusammentreten solcher ungünstigen Umstände $\omega = \frac{P}{280} + \frac{P}{100} + \frac{P}{200} = \frac{P}{54}$ beinahe.

Wenn nun bei einer solchen, äußerst selten so groß erforderlichen Zugkraft für die einzelnen Achsen, durch eine Verbindung derselben zu einem Zuge, diese Kraft für eine jede derselben im durchschnittlichen Werthe angenommen um $\frac{1}{42}$ ihres Betrages größer wird, so ist diese Vergrößerung

$$\frac{P}{54 \,.\, 42} = \frac{P}{2268}.$$

Das heißt, diese Vergrößerung der Zugkraft durch die Verbindung der Achsen beträgt in einem so sehr ungünstigen Falle eben so viel wie die zu Ueberwindung der Gravitation erforderliche Kraft auf einer mit $\frac{1}{2268}$ steigenden Ebene.

Ist der Krümmungshalbmesser $\varrho = 5000$ Fuß und $a = 12$ Fuß, so ist $\cotang \varphi = 0{,}0012$. Wird dabei wieder die ungünstigste Voraussetzung gemacht, einer Anschleifung der innern Spurkränze auch bei nicht verbundenen Achsen, also $f = \frac{1}{5}$ gesetzt, so ist

$$f \cdot \cotang \varphi = y = 0{,}00024;$$

dann ist

$$1 + y = 1{,}00024; \quad 1 - y = 0{,}99976$$

$$\frac{1+y}{1-y} = 1{,}00048012\,.$$

Es sollen 40 Achsen mit einander verbunden werden, also $n + 1 = 40$, dann ist die auf die vordere Achse rechtwinklig anzubringende Zugkraft nach (F)

$$= \frac{\omega}{0{,}99976} = \left(\frac{1{,}00048012^{40} - 1}{1{,}00048012 - 1}\right) = 40{,}263 \,.\, \omega.$$

Würden die 40 Achsen einzeln und unverbunden bewegt, so wäre die Summe der dazu erforderlichen Zugkräfte $= 40 \cdot \omega$; durch ihre Verbindung ist diese Kraft um $0,263\ \omega$ vermehrt. Der ganze Betrag der erforderlichen Zugkraft ist also durch das Verbinden der Achsen um

$$\frac{0,263}{40} = \frac{1}{152}$$

seiner Größe vermehrt.

Für die Ausübung ein unbeachtenswerth geringfügiger Gegenstand.

Läge z. B. die Curve in einer Gegend der Bahn, wo wegen starker Steigung und etwaiger Reibungshindernisse in der Curve bei einer beträchtlich kleinern als der Normalgeschwindigkeit, die auf jede einzelne Achse anzubringende Kraft, wenn die Achsen nicht mit einander verbunden wären, bis zu der Größe $\omega = \frac{P}{50}$ erforderlich wäre, so beträgt

$$\frac{\omega}{152} = \frac{P}{50 \cdot 152} = \frac{P}{7600}.$$

Mithin die Größe des Widerstandes, welcher in einer solchen Curve durch die Verbindung von 40 Achsen entspringt, ist nicht größer als der Widerstand der Gravitation auf einer geradlinigen Bahn, welche mit $\frac{1}{7600}$ steigt.

Ist ω kleiner als $\frac{P}{50}$ so ist der Widerstand welcher durch das Verbinden der Achsen entsteht noch mehr unbeträchtlich.

Es bedarf also wohl keiner ferneren Erwägung, ob die Achsen, welche unter einem Wagen fest verbunden sind, deren größter Abstand von einander etwa 5 Fuß zu betragen pflegt und von denen man ohne wahrnehmbaren Irrthum annehmen darf, daß sie sämmtlich zum Mittelpunkte der Curve gerichtet liegen, bei dieser Berechnung nur als eine einzige oder als verschiedene Achsen zu behandeln sind. Der Unterschied in den Resultaten dieser beiden verschiedenen Annahmen ist für die Praxis stets ganz unerheblich. Es kommt hinzu, daß bei den vorstehenden Berechnungen in der Größe $y = f \cdot \text{cotang}\ \varphi$, der

Reibungscoefficient f, in seinem größtmöglichen Betrage f = ⅓ genommen ist, was nur dann richtig ist, wenn wegen einer viel kleineren als der Normalgeschwindigkeit, die Spurkränze der innern Räder seitlich anstreifen, auch wenn die Achsen nicht mit einander verbunden wären. Ist dieses aber nicht der Fall, wie es in der Regel nicht der Fall ist, so wird f und damit auch y eine weit kleinere Zahl, und der Widerstand, welcher alsdann durch das Verbundensein der Achsen entsteht, besitzt eine noch viel geringere Größe als die vorhin berechnete.

Wenn daher aus dem Vorstehenden sich ergiebt, daß durch das Zusammenverbinden der verschiedenen Achsen eines Transportzuges, selbst unter den betreffenden ungünstigsten Voraussetzungen und Annahmen innerhalb der Grenzen, welche die Verhältnisse der Ausübung darbieten, niemals eine Widerstandsgröße entstehen kann, welche für die Praxis beachtenswerth oder überhaupt nur erkennbar ist, so folgt, daß dieser Gegenstand bei Erwägung über Bewegungsverhältnisse und Widerstandsgrößen in den Bahnkrümmungen völlig unbeachtet bleiben darf.

Es folgt ferner, daß die im zweiten Abschnitte ausgeführten Untersuchungen über die erscheinenden Verhältnisse und Bewegungshindernisse bei einzelnen in Bahncurven bewegten Achsen, in dieser Hinsicht, als den Gegenstand erledigend zu betrachten sind.

Das allgemeine Ergebniß der sämmtlichen bisherigen Betrachtungen des Gegenstandes kann demnach folgendermaßen zusammengefaßt werden:

Bei der gewöhnlichen Spurweite der Eisenbahnen und den meist üblichen Dimensionen der Radconstruction und des Räderspielraums in den Curven, bei allen Krümmungshalbmessern von mehr als 600 Fuß Länge, und insofern die Abweichung der Achsenlage der Räder von der Richtung des Krümmungshalbmessers eine für die Praxis unmerkliche in der Construction der Wagen kaum meßbare kleine Größe ist, sind nicht sowohl die Krümmungen der Eisenbahnen an sich, als vielmehr die etwaigen unrichtigen Geschwindigkeiten, mit welchen die Curven durchfahren werden, die Ursache der möglichen und in der

Praxis beachtenswerthen Bewegungshindernisse in den Krümmungen der Bahnen.

Vierter Abschnitt.

Einige allgemeine sich ergebende Folgerungen, bezüglich des Baues und des Transportbetriebes der Eisenbahnkrümmungen.

§. 38. Im Vorstehenden ergab sich, durch das Zusammenverbinden mehrerer Wagen zu einem Eisenbahnzuge bis zu der möglichst ungünstigen Grenze, welche in der Praxis vorkommen kann, werde keine irgend beachtenswerthe Aenderung derjenigen erforderlichen Zugkraft entstehen, welche hervorgeht durch Summirung der Kräfte, die hinreichen würden, die Bewegungshindernisse für die einzeln bewegten belasteten Achsen zu überwinden.

Es ist daher gestattet, diejenigen Folgerungen in Beziehung auf die zweckmäßigste Einrichtung von Bahncurven, welche aus dem Inhalte des zweiten Abschnittes für Bewegung einzelner belasteter Achsen abzuleiten sind, als gleichfalls geltend anzusehen für die Bewegung ganzer Transportzüge.

Die Umstände, welche in den einzelnen Fällen über die zweckmäßigste Wahl der Lage und Einrichtung von Bahncurven entscheiden, sind allerdings so verschiedener Art und gestatten so wenig im Voraus zu übersehende Combinationen, daß es kaum ausführbar sein dürfte, mit einiger Umfassung des Gegenstandes, erträglich allgemein geltende bestimmte Regeln über die Sache abzuleiten.

Wenn hier also der jedesmaligen richtigen Auffassung und Beurtheilung der Verhältnisse in vielen Fällen ein weites Feld

einzuräumen ist, so lassen dennoch die Ergebnisse der Untersuchungen im zweiten Abschnitte darauf schließen, daß in den wenigsten Fällen der freien Willkür ein großer Spielraum dabei offen stehen werde.

Ueber verschiedene für den Bau und den Betrieb der Bahncurven erhebliche Seiten des Gegenstandes geben indeß die Resultate der Untersuchungen im zweiten Abschnitte, welche zum Theil in der angehängten Tafel II. übersichtlich zu erblicken sind, einen bestimmten Aufschluß.

Dahin gehört etwa Folgendes:

1) Mit jedem Krümmungshalbmesser, welcher größer als 600 Fuß ist, lassen sich bei der gebräuchlichen Größe des Radspielraums und der Neigung der Radkränze zu $\frac{1}{7}$ solche Curven bauen, in denen durch zweckdienliche Erhöhung der äußern Schiene, für eine beliebige bestimmte Geschwindigkeit v, das Hinderniß der Krümmung = 0 ist.

Die Existenz solcher Normalgeschwindigkeiten, und die Kenntniß der Bedingungen, wodurch man die Transportgeschwindigkeiten denselben mehr oder weniger annähert, ist für die Wirkung der Bahncurven von wesentlicher Bedeutung.

2) Wenn die in einer Curve wirklich vorhandene Geschwindigkeit kleiner ist als die Normalgeschwindigkeit, so entsteht ein Bewegungshinderniß, welches um so größer ist, je mehr die wirkliche Geschwindigkeit von der Normalgeschwindigkeit abweicht.

Bei gleichgroßer Abweichung der wirklich Statt findenden Geschwindigkeit von der Normalgeschwindigkeit ist das entstehende Bewegungshinderniß um so kleiner, je kleiner überhaupt die Normalgeschwindigkeit ist, wofür die Curve gebaut und je größer der Krümmungshalbmesser ist. Hierauf beschränkt sich in dieser Beziehung der Vorzug des größeren Krümmungshalbmessers.

3) Allein die bisher gewöhnlich gemachte Annahme, das Bewegungshinderniß der Krümmungen stehe im umgekehrten Verhältnisse wie die Größe der Krümmungshalbmesser, ist, in solcher Allgemeinheit, nicht begründet.

Wenn in Curven mit kleinen Krümmungshalbmessern die

Normalgeschwindigkeit richtig eingehalten wird, so ist das Bewegungshinderniß derselben = 0, während in Curven mit größeren Krümmungshalbmessern, wenn sie mit einer kleineren als der bei ihrem Baue angenommenen Normalgeschwindigkeit befahren werden, ein nicht unbeträchtlich großes Bewegungshinderniß Statt finden kann.

4) Geschwindigkeiten, welche größer als die Normalgeschwindigkeit und kleiner als die nach zulässige Geschwindigkeit für die betreffende Curve sind, bedürfen keine Beachtung. Theils weil das daraus entspringende Bewegungshinderniß in allen Fällen sehr klein ist, theils weil dieses Hinderniß dahin wirkt, die Statt findende Geschwindigkeit der Normalgeschwindigkeit zu nähern, bei welcher dasselbe gänzlich verschwindet.

§. 39. Hieraus ergeben sich für den Bau und den Betrieb der Bahncurven folgende zu beachtende Umstände und Regeln.

In jeder Curve muß, so weit thunlich, nicht unter der Normalgeschwindigkeit gefahren werden.

Bei Curven, wie z. B. in der unmittelbaren Nähe der Bahnhöfe, welche für eine nur kleine Normalgeschwindigkeit gebaut sind, werden beträchtliche Abweichungen von derselben überhaupt nicht vorkommen; und wenn sie vorkommen, so ist das dadurch entstehende Bewegungshinderniß wenig bedeutend.

Für solche Bahnkrümmungen ist daher eine geringere Größe des Halbmessers im Allgemeinen unbedenklicher als an anderen Stellen der Bahnlinie.

In solchen Gegenden des Bahnzuges, wo aus gewissen bestimmten Gründen große Verschiedenheiten der Geschwindigkeiten am wahrscheinlichsten sind, und besonders da, wo in einzelnen Fällen sehr geringe, in anderen Fällen sehr große Geschwindigkeiten vorkommen können, also die Vorsicht es erfordert, die Curve für solche große Geschwindigkeit zu bauen, sind große Krümmungshalbmesser am meisten zweckmäßig. Jedoch mit Berücksichtigung des im §. 40 Anzuführenden.

Ein Fall dieser Art ist z. B. derjenige, wenn die Transporte auf horizontaler oder fast horizontaler Bahn mit voller

Geschwindigkeit sich bewegt haben, und darauf plötzlich in eine Curve auf einer stark fallenden Ebene gelangen.

Hier kann bei mangelhafter Vorsicht eine große Geschwindigkeit der nieder fahrenden Transporte entstehen, wofür also zu Verhütung von Unglück die Curve gebaut werden muß, während die in umgekehrter Richtung aufwärts fahrenden Züge, wegen der starken Steigung gewöhnlich eine nur mäßige Geschwindigkeit besitzen werden.

Am meisten hervorstechend ist die nachtheilige Wirkung einer derartigen Curvenlage, wenn unmittelbar am Fuße der stark fallenden Curve sich ein Bahnhof oder sonstiger Anhaltepunkt befindet. Weil alsdann die Maschinen, welche die aufwärts gehenden Transporte fördern, unmittelbar vor dem Beginnen dieser Aufsteigung in der Curve, eine Zeit lang still standen, daher bei geschwächter Kraft des Feuers, und ohne durch die Wirkung der Beharrungskraft der vorher schnell bewegten Massen unterstützt zu werden, das Bewegungshinderniß der Steigung nebst dem der Curve gleichzeitig überwinden müssen. Denn in einem solchen Falle können die in einer so belegenen Curve aufsteigenden Transporte in der Regel nur eine geringe Geschwindigkeit besitzen, welche bedeutend kleiner sein wird, als die Normalgeschwindigkeit, für welche, zur Sicherheit der abwärts fahrenden Transporte, die Curve gebaut sein muß.

Die nachtheiligen Wirkungen solcher ungünstig belegenen Krümmungen der Bahn, durch welche die sonstigen Uebelstände, welche mit Lage der Bahnhöfe unmittelbar am Fuße stark geneigter Ebenen verbunden sind, noch mehr vergrößert werden, können allerdings durch die Anwendung eines sehr großen Krümmungshalbmessers vermindert werden. Allein bei einiger Beträchtlichkeit der Richtungsänderung geräth man dadurch in den Nachtheil, die Krümmung der Bahn auf eine sehr lange Strecke auszudehnen. Beträgt z. B. die Richtungsänderung der Bahn 40 Grade, so daß die Curve zwischen den Schenkeln eines stumpfen Winkels von 140 Graden gebaut werden muß, und man wählte die Länge des Halbmessers 8000 Fuß, so würde eine solche Krümmung mehr als 1/5 geographische Meile Länge erhalten.

§. 40. Bei den für Doppelgeleise bestimmten Bahnanlagen verschwindet jedoch ein Theil des Uebelstandes einer solchen nachtheiligen Lage der Bahnkrümmungen. Es genügt dann ein Krümmungshalbmesser von mäßiger Größe, und es ist nur erforderlich die Curve in dem Geleise der abwärts fahrenden Transporte für eine hinlänglich große Geschwindigkeit, die Curve in dem Geleise der aufwärts fahrenden Züge für eine erforderlich kleine Normalgeschwindigkeit zu bauen.

Bei einer doppelgeleisigen Bahn würde es daher, selbst wenn eine beträchtliche Richtungsänderung auf einer stark steigenden Ebene unmittelbar oberhalb eines Bahnhofes vorkommt, eine überflüssige Benachtheiligung der Anlage durch eine monströse Länge der Curve erzeugen, wenn man einen außerordentlich großen Krümmungshalbmesser für erforderlich hielte, um die Schwierigkeiten der vorhin bezeichneten, allerdings nicht günstigen, allgemeinen Disposition der Bahnlinie zu vermindern.

Ueberhaupt führt die Erwähnung dieser Seite des Gegenstandes zu der Bemerkung:

Wenn Bahnkrümmungen auf stark geneigten Ebenen bei einspurigen Bahnen mit Recht als ein erheblicher Uebelstand des ganzen Entwurfes zu betrachten sind, so hat dagegen dieser Umstand bei den doppelspurigen Bahnen in den meisten Fällen eine sehr geringe Bedeutung.

Weil man bei dem Baue der beiden Geleise für die abwärts und für die aufwärts fahrenden Transporte es in der Hand hat, die Curve des ersten für eine hinlänglich große, die Curve des zweiten Geleises für eine erforderlich kleine Normalgeschwindigkeit einzurichten.

Bei den im Ganzen einspurigen Bahnen kann es daher in manchen Fällen gerathen sein, die auf stark geneigten Ebenen befindlichen Curven doppelspurig zu bauen, und die dadurch entstehende Kostenvermehrung nicht zu scheuen.

§. 41. Die Vorstellung, welche über die Nothwendigkeit sehr großer Krümmungshalbmesser nicht selten sich darlegt, ist offenbar übertrieben. Wenn z. B. eine Curve mit 5000 Fuß Halbmesser für eine Normalgeschwindigkeit = 30 Fuß Englisch

gebaut ist, so gestattet sie eine größte Geschwindigkeit von 35½ Fuß Englisch, d. h. 5¼ geographische Meilen in 1 Stunde. Diese Geschwindigkeit muß schon auf etwa die Hälfte ihrer Größe zurück gekommen sein, ehe das Bewegungshinderniß der Krümmung so groß wird, wie die Wirkung der Gravitation auf einer geradlinigen Bahn, welche $\frac{1}{1000}$ Steigung besitzt. Dabei ist außerdem die verhältnißmäßig gewöhnlich geringe Länge der Bahnkrümmungen, und die deshalb sehr wirksame Beihülfe der Beharrungskraft der bewegten Massen, zu Ueberwindung des etwaigen Bewegungshindernisses der Krümmung mit in Betracht zu ziehen.

Ein derartiger Fall findet z. B. Statt auf solchen Bahnen, wo besondere schwere Güterzüge mit etwa ⅔ derjenigen Geschwindigkeit gefördert werden, welche den Personenzügen ertheilt wird, die Bahncurven aber, wie sich von selbst versteht, so gebaut sind, um den schneller fahrenden Personenzügen die gehörige Sicherheit zu gewähren.

§. 42. Die Bahncurven mögen für große oder kleine Normalschwindigkeiten gebaut, und ihre Länge mag groß oder klein sein, in allen Fällen, wenn sie mit einer Geschwindigkeit befahren werden, welche nicht allzusehr kleiner als die Normalgeschwindigkeit ist, hat das Bewegungshinderniß der Krümmung für die Praxis wenig Erheblichkeit.

Auch wenn die in der Curve Statt findende Geschwindigkeit weit kleiner als die Normalgeschwindigkeit ist, und deshalb ein nicht unbeträchtlich großes Bewegungshinderniß der Krümmung entsteht, so bleibt dasselbe aber dennoch für die Praxis wenig beachtenswerth, wenn die Länge der Curve nur gering ist, und mithin die Beharrungskraft der bewegten Massen eine kräftige Beihülfe zu Ueberwindung des Curvenhindernisses gewähren kann.

Findet aber eine große Abweichung von der Normalgeschwindigkeit Statt in einer Gegend der Bahn, wo dieselbe eine beträchtliche Richtungsänderung besitzt, mithin bei Anwendung eines großen Krümmungshalbmessers die Länge der Curve sehr bedeutend, bei einem kleinen Halbmesser zwar die

Länge der Curve um so kleiner, dagegen aber die Größe des Bewegungshindernisses (wie die angehängte Tafel II. zeigt), fast in demselben Verhältnisse größer ist, so kann in solchen Curven bei einer viel kleineren als der Normalgeschwindigkeit ein für die Praxis sehr beachtenswerthes Bewegungshinderniß entstehen.

Da das Stattfinden einer viel kleineren Geschwindigkeit als die Normalgeschwindigkeit aus verschiedenen Gründen möglich, und in einzelnen Fällen unvermeidlich ist, so erfordern sehr beträchtliche Aenderungen der Bahnrichtung einige besondere Beachtungen.

1) Wenn eine sehr beträchtliche Richtungsänderung einer Bahnlinie nicht vermieden werden kann, ohne die Anlage in noch größere Uebelstände zu verwickeln, so muß in einer solchen Bahngegend stets mit geringerer als der auf dem ganzen Bahnzuge allgemein angenommenen Geschwindigkeit gefahren werden.

Denn dadurch erhält man die Möglichkeit, die dortige Curve für eine Normalgeschwindigkeit zu bauen, welche kleiner ist als die auf dem Bahnzuge sonst übliche Geschwindigkeit. Um so seltener werden also in dieser Curve Geschwindigkeiten eintreten, welche viel kleiner sind als diese Normalgeschwindigkeit, und wenn sie in einzelnen Fällen eintreten, dann ist das daraus entspringende Bewegungshinderniß um so unbeträchtlicher.

Z. B. Die allgemein angenommene Geschwindigkeit auf einer Bahnlinie betrage 30 Fuß. Wird dann in der Gegend einer bedeutenden Richtungsänderung eine dortige Curve mit 5000 Fuß Halbmesser, gleichfalls für 30 Fuß Normalgeschwindigkeit gebaut, und es kommt ein Transportzug in dieselbe, welcher nur 10 Fuß Geschwindigkeit besitzt, so ist nach der angehängten Tafel II. das Bewegungshinderniß in dieser Curve $= \frac{146}{100000}$ vom Gewichte des Transportzuges.

Wäre aber diese Curve nur für 20 Fuß Normalgeschwindigkeit gebaut, so würde bei 10 Fuß Geschwindigkeit des Transportzuges das Bewegungshinderniß dieser Curve nur $= \frac{58}{100000}$ vom Gewichte des Transportzuges betragen; also nur etwa ⅖

desjenigen Hindernisses, welches bei dem Baue dieser Curve für 30 Fuß Normalgeschwindigkeit Statt findet.

Ohne vielleicht den eigentlichen Zusammenhang der Umstände zu betrachten, haben die Empiriker längst die Regel gegeben, die Bahncurven mit geringerer Geschwindigkeit als die geradlinigen Strecken zu befahren. Diese Regel kann innerhalb gewisser Grenzen um so richtiger sein, wenn (nach der angehängten Tafel I.), wie es gewöhnlich geschieht, die Erhöhung der äußeren Curvenschiene nur so groß ist, um das Anstreifen des äußern Spurkranzes bei der auf der Bahnlinie angenommenen allgemeinen größten Geschwindigkeit zu verhüten. Denn auf diese Weise hat man, vielleicht unbewußt, die Curve für eine kleinere Normalgeschwindigkeit gebaut, als die auf der ganzen Bahnlinie beabsichtete allgemeine Geschwindigkeit.

Allein diese Regel ist für unbeträchtliche Richtungsänderungen völlig überflüssig, vorausgesetzt, die äußere Schiene der Curve habe die nöthige Erhöhung erhalten, um die allgemeine Geschwindigkeit der ganzen Bahnlinie als Normalgeschwindigkeit in der Curve zu erhalten.

Bei beträchtlichen Richtungsänderungen aber existirt eine gewisse Grenze, welche gekannt sein muß, indem ein absichtliches Herunterbringen der Geschwindigkeit unter diese Grenze nichts Anderes wäre, als eine absichtliche Vergrößerung des Bewegungshindernisses der Krümmung.

2) Aus Vorstehendem folgt: Die möglichen nachtheiligen Wirkungen vieler und nahe bei einander liegenden beträchtlichen Richtungsänderungen, sind am wenigsten erheblich auf Bahnen, welche überhaupt nur für geringe Transportgeschwindigkeiten bestimmt sind.

3) Wenn in einem Terrainabschnitte eine beträchtliche allgemeine Aenderung der Bahnrichtung nicht zu vermeiden ist, so kann es in manchen Fällen ausführbar und gerathen sein, die Richtungsänderung auf mehrere Punkte zu vertheilen, so daß mehrere einzelne kürzere Curven mit dazwischen liegenden geradlinigen Bahnstrecken erhalten werden. Weil, wenn die Curven in einzelnen Fällen wegen etwaiger allzukleiner Geschwindigkeit ein beträchtliches Hinderniß erzeugen, alsdann die

Transporte auf den zwischenliegenden geradlinigen Bahnstrecken ihre Geschwindigkeit wieder vergrößern, und also die Beharrungskraft ihrer Masse um so wirksamere Beihülfe zu Ueberwindung des Bewegungshindernisses der folgenden Curve gewährt.

4) Welche Größe der Richtungsänderung einer Bahnlinie in Beziehung auf Bewegungshindernisse, in dem hier vorliegenden Sinne, beträchtlich oder unbeträchtlich sei, und demgemäß die allgemeine Geschwindigkeit der Transporte in einer solchen Curve zu verkleinern, und der Curve eine Normalgeschwindigkeit, kleiner als die allgemeine Geschwindigkeit, zu ertheilen sei, ist lediglich abhängig von der Größe der beabsichteten allgemeinen Transportgeschwindigkeit in der Bahnlinie, und muß für vorkommende Fälle näher bestimmt werden.

Ist z. B. eine Curve von 5000 Fuß Halbmesser für 20 Fuß Normalgeschwindigkeit gebaut, so beträgt das Bewegungshinderniß der Krümmung in derselben, wenn sie mit nur 10 Fuß Geschwindigkeit befahren wird, nach der angehängten Tafel II. $= \frac{58}{100000} = \frac{1}{1724}$ vom Gewichte des Transportzuges, dasselbe hat also die gleiche Größe wie der Widerstand der Gravitation auf einer mit $\frac{1}{1724}$ steigenden Ebene. Beträgt aber die Geschwindigkeit in dieser Curve nur 5 Fuß, so findet sich mittelst §. 26 und 28 der Widerstand der Krümmung in diesem Falle $= \frac{1}{1371}$ vom Gewichte des Transportzuges, also gleich dem Widerstande der Gravitation auf einer mit $\frac{1}{1371}$ steigenden Ebene.

Da eine derartige Vermehrung des Bewegungshindernisses bei den sonstigen Verhältnissen des Bahnbetriebes kaum eine Beachtung verdient, so darf man wohl annehmen, daß auf Bahnen, deren allgemeine Transportgeschwindigkeit nicht über 20 Fuß beträgt, bei Curven mit 5000 Fuß Halbmesser, die Curven unbedenklich gleichfalls für 20 Fuß Normalgeschwindigkeit gebaut werden dürfen, und daß jede beliebige Länge sol-

cher Curven in Beziehung auf Bewegungshindernisse ziemlich gleichgültig ist.

Wäre aber auf einer mit 20 Fuß allgemeiner Transportgeschwindigkeit befahrenen Bahnlinie der Krümmungshalbmesser kleiner als 5000 Fuß, betrüge derselbe z. B. nur 2000 Fuß, so würde bei 10 Fuß Geschwindigkeit in solcher Curve, nach der angehängten Tafel II., schon $\frac{146}{100000} = \frac{1}{685}$ vom Gewichte des Transportzuges betragendes Bewegungshinderniß Statt finden, und für kleinere Geschwindigkeiten würde dasselbe noch erheblich größer.

Bei so kleinem Krümmungshalbmesser wäre es daher kaum noch unbedenklich, lange Curven für eine der allgemeinen Transportgeschwindigkeit gleiche Normalgeschwindigkeit zu bauen, vielmehr wäre eine kleinere Normalgeschwindigkeit zu wählen, und dabei die Geschwindigkeit in der Curve stets kleiner als die allgemeine Transportgeschwindigkeit zu halten.

Bei größeren allgemeinen Transportgeschwindigkeiten, z. B. von 30 Fuß in der Secunde, tritt dieses Verhältniß natürlich noch mehr hervor, und man wird, bei einiger bedeutenden Länge der Curven und bei einem nur mäßig großen Krümmungshalbmesser, die Normalgeschwindigkeiten der Curven kleiner als die allgemeine Transportgeschwindigkeit zu wählen, und die letztere also bei Annäherung an die Curve zu verkleinern haben.

Das in den einzelnen Fällen erforderliche Maß solcher Geschwindigkeitsverminderung ergiebt sich leicht, es muß jedoch, den jedesmaligen Umständen entsprechend, mit Hülfe der in den §§. 26 und 28 abgeleiteten Größen der Bewegungshindernisse, bei den in den Curven möglichen geringeren Geschwindigkeiten ermittelt werden.

5) Wenn in einem Bahnzuge, welcher mit großer allgemeiner Transportgeschwindigkeit befahren wird, eine so beträchtliche Richtungsänderung vorkommt, daß es gerathen ist, die Normalgeschwindigkeit der betreffenden Curven kleiner als die allgemeine Transportgeschwindigkeit des ganzen Bahnzuges zu wählen, und dem gemäß jedesmal die Geschwindigkeit in dieser

Curve bis zu einer gewissen Grenze zu mäßigen, so verliert dieser überhaupt ziemlich geringfügige Uebelstand alsdann gänzlich seine Bedeutung, wenn eine solche Curve in der unmittelbaren Nähe einer großen Brücke liegt, wo ohnehin schon wegen Schonung der Brückenconstruction nicht zu schnell gefahren werden muß. Dergleichen Fälle kommen nicht selten vor, weil die Verhältnisse der Oertlichkeiten, welche bestimmte Flußübergangspunkte vorschreiben, dadurch zugleich häufig Veranlassung werden zu beträchtlicher Richtungsänderung in der unmittelbaren Nähe der Brückung.

Das Vorkommen von Bahnkrümmungen in der Nähe großer Brückungen verdient also im Allgemeinen die wenigste Beachtung, und es ist daher im Allgemeinen am wenigsten zweckmäßig, in solchen Terrainsituationen der Bahnanlage anderweitige Schwierigkeiten und Uebelstände zuzuziehen, wäre es auch nur eine erhebliche Vermehrung der Baukosten, in der Absicht, dadurch eine Krümmung der Bahn in der Nähe einer solchen Brücke zu vermeiden.

Es könnte überflüssig scheinen, einen so einfachen Gegenstand besonders herauszuheben, fänden sich nicht Beispiele, wie, mit sehr erheblicher Vergrößerung der Baukosten und Verwickelung der Bahnanlage in anderweitige schwierige Terrainbeziehungen, dieses einfache Sachverhältniß zuweilen unerkannt bleibt.

§. 43. Wenn die in einer Bahncurve wirklich Statt findende Geschwindigkeit größer oder kleiner ist als die Normalgeschwindigkeit der Curve, und daher eine theilweise Schleifung der Radkränze eintritt, so werden dadurch die Radkränze und Schienen mehr abgenutzt als bei einer rein wälzenden Bewegung der beiden an einer Achse festverbundenen Räder.

Diese theilweis schleifende Bewegung eines der Räder besitzt die größtmögliche Bedeutung, wenn der Spurkranz des innern Rades an der innern Schiene seitwärts anstreift.

Alsdann hat nach §. 28 das äußere Rad den

$$\frac{\frac{De}{\varrho} + 0{,}03571}{D - 0{,}017857}\text{ten}$$

Theil seines Weges in der Curve schleifend zurückzulegen.

Wenn die Radhöhe D = 3 Fuß ist, so beträgt dieses für die verschiedenen Krümmungshalbmesser

10000 Fuß,	den	0,0125ten	Theil	der	Curvenlänge.
8000 "	"	0,0126ten	"	"	"
6000 "	"	0,0128ten	"	"	"
5000 "	"	0,0129ten	"	"	"
4000 "	"	0,0132ten	"	"	"
3000 "	"	0,0136ten	"	"	"
2000 "	"	0,0144ten	"	"	"
1000 "	"	0,0168ten	"	"	"
800 "	"	0,0180ten	"	"	"
600 "	"	0,0200ten	"	"	"

Auf geradlinigen Bahnstrecken wird eine theilweis schleifende Bewegung von Rädern durch Aenderungen der Geschwindigkeiten nicht veranlaßt, sie entsteht aber gleichwohl auch auf geradliniger Bahn, und zwar

1) durch das von der Bewegung des Dampfwagens ausgehende Hin- und Herschwanken besonders der vorderen Wagen des Zuges, wodurch abwechselnd bald die rechtseitigen, bald die linkseitigen Räder auf kleineren Durchmessern sich bewegen, und mithin einen Theil ihres Weges schleifend zurücklegen müssen.

2) Wenn beide Schienen nicht genau in gleicher Höhe liegen, indem alsdann das auf der tiefer liegenden Schiene laufende Rad, auf einem größeren Durchmesser sich bewegt, mithin das andere Rad theilweise geschleift wird.

Beträgt, bei $1/7$ Neigung der Radkränze, der Räderspielraum auf geradliniger Bahn = $1/2$ Zoll, so wird schon bei $1/7$ Zoll Unterschied in der Höhelage beider Schienen der Spurkranz des einen Rades seitlich die Schiene berühren, und mithin alsdann der Spurkranz des andern Rades theilweise geschleift, und zwar in dem $\frac{2/7}{35^6/_7} = 0,008$ten Theile der Länge seines Weges; also bei jedem Radumlaufe in etwa $2/3$ derjenigen Länge, in welcher dieses bei einer Curve von 5000 Fuß Halbmesser höchstens möglich ist.

Zwar wenn eine solche ungleiche Höhenlage der Schienen einer geradlinigen Bahn, nur in einer kurzen, wenige Fuß

langen Strecke vorkommt, so wird der mit großer Geschwindigkeit bewegte Wagen, welcher vermöge seiner Beharrung die geradlinige Richtung beizubehalten bestrebt ist, nicht völlig die ganze Größe der Seitenbewegung annehmen, welche bei langsamer Bewegung durch die ungleiche Höhenlage der beiderseitigen Schienen entstehen müßte. Indessen zeigt das sehr sichtbare Hin- und Herschwanken der Wagen auf geradliniger Bahn, es mag dasselbe nun aus Verlagerung der Schienen entspringen oder durch die vorhin erwähnte Bewegung des Dampfwagens verursacht werden, daß Bewegungen der Räder auf verschieden großen Raddurchmessern, und damit theilweise Schleifung bald des einen bald des anderen Radkranzes auf einem großen Theile der geradlinigen Bahnstrecken wirklich vorhanden sind.

3) Ein anderer Grund, welcher auch auf geradlinigen Bahnstrecken eine theilweis schleifende Bewegung der Räder veranlaßt, ist die Wirkung des Windes, wenn derselbe die Wagen von der Seite trifft.

Bei Neigung der Radkränze $= 1/7$, bei Räderspielraum $= 1/2$ Zoll, Abstand der beiden tragenden Punkte der Schienen $= 58$ Zoll, Gewicht des Wagens $= P$; ist eine seitwärts anzubringende Kraft $\frac{1}{7.58} \cdot P = \frac{P}{406}$ erforderlich, um den Wagen so sehr zur Seite zu schieben, bis der Spurkranz der Räder seitlich die Schienen berührt.

Beträgt z. B. das Gewicht des Wagens 8000 Pfund, so hat diese erforderliche Kraft die Größe $= \frac{8000}{406} = 19{,}7$ Pfund.

Bietet die Längenseite des Wagens dem Winde eine Fläche von 100 Quadratfuß dar, so wird die Kraft des Windes, welcher 24 Fuß Geschwindigkeit in 1 Secunde besitzt, und die geradlinige Bahnrichtung rechtwinklig trifft, jene Größe besitzen, und daher die Wagen so weit seitwärts schieben, bis die Spurkränze der unter dem Winde laufenden Räder die Schienen berühren, wobei also die an der Windseite laufenden Räder, wie vorhin bemerkt wurde, bei jedem Radumlaufe in etwa $2/3$ derjenigen Länge geschleift werden, in welcher dieses bei einer Curve von 5000 Fuß Halbmesser, als Folge der Krümmung,

im ungünstigsten Falle möglich ist. Bei geringerer Geschwindigkeit des Windes, oder wenn die Richtung desselben die geradlinige Bahnrichtung nicht rechtwinklig trifft, bewirkt der Wind ein geringeres seitwärts Schieben der Wagen, allein eine Wirkung desselben zu Erzeugung mehr oder weniger beträchtlicher theilweise schleifender Bewegung der Räder, ist stets vorhanden, wenn nicht etwa die Richtung des Windes genau in der Richtung der Bahnlinie sich befindet.

4) Auch der unter verschiedenen Umständen erforderliche Gebrauch der Bremsen auf geradlinigen Bahnstrecken, bewirkt häufig eine nicht unbeträchtliche Abnutzung der Radkränze durch schleifende Reibung auf geradlinigen Bahnen. Dahin gehört unter andern namentlich der Fall, wenn Bahnhöfe in der sehr nachtheiligen Situation unmittelbar am Fuße stark geneigter Ebenen sich befinden, wo daher fast in allen Fällen für die zum Bahnhofe hinablaufenden Transportzüge, ein starker Gebrauch der Bremsen in der Regel unvermeidlich ist.

Es sind hier im Vorstehenden diese Verhältnisse nur deshalb erwähnt, um für die nicht selten in unbestimmter allgemeiner Art ausgesprochene Ansicht, daß die Bahncurven sehr wesentlich zu vermehrter Abnutzung der Radkränze beitragen, etwas nähere Grenzen ihrer Zulässigkeit zu bezeichnen.

Wenn man erwägt, daß in offenen und nicht von vielfachen Terrainhindernissen durchschnittenen Gegenden die Länge der gesammten Bahnkrümmungen gewöhnlich nur einen geringen Theil der ganzen Bahnlänge beträgt, indem auf den viel längeren geradlinigen Strecken gleichfalls eine theilweise Schleifung der Räder, wiewohl aus andern Gründen, unvermeidlich ist, so wird man sich leicht überzeugen, wie weit eine solche allgemeine Behauptung gegründet sei oder nicht.

Dabei ist nicht zu übersehen, daß bei einer nach richtigen Grundsätzen und bei gehöriger Beachtung der jedesmaligen regelmäßig zu erwartenden Verhältnisse construirten Bahnkrümmung die Fälle nur selten sein können, wo die wirklich Statt findende Geschwindigkeit in der Curve beträchtlich von der Normalgeschwindigkeit derselben abweicht, bei welcher eine theilweis schleifende Bewegung der Räder und dadurch veranlaßte Ab-

nutzung der Radkränze durch die Krümmung der Bahn überhaupt nicht entsteht.

§. 44. Wenn in einer Curve die Normalgeschwindigkeit, wofür sie gebaut ist, wirklich Statt findet, und also das Bewegungshinderniß der Krümmung in derselben = 0 ist, dann ist nach den aus §. 24 berechneten Angaben Nr. 3 der angehängten Tafel I. der Abstand des Spurkranzes des äußern Rades von der äußern Schiene erheblich kleiner als der Abstand des Spurkranzes des innern Rades von der innern Schiene. Z. B. Bei dem Krümmungshalbmesser 5000 Fuß ist, im Falle der Normalgeschwindigkeit, der äußere Radspurkranz 0,45 Zoll von der äußern Schiene entfernt. Da nun die Summe der Spielräume beider Räder in der Curve 1½ Zoll beträgt, so hat alsdann der Spurkranz des innern Rades von der innern Schiene 1,05 Zoll Abstand.

Aus diesem Umstande folgt, daß eine geringe Versenkung eines äußern Schienenstückes den äußern Spurkranz schon zum momentanen Anstreifen an die äußere Schiene bringen kann, während eine etwaige eben so große Versenkung eines innern Schienenstückes noch kein Anstreifen des innern Spurkranzes an die innere Schiene hervorbringt. Ferner zeigt die Betrachtung der in der angehängten Tafel II. aufgeführten Rechnungsresultate, daß, wenn in einzelnen Fällen eine Abweichung von der Normalgeschwindigkeit Statt findet, die erforderliche Vermehrung derselben bis zu der Grenze, wobei der äußere Spurkranz anstreift, eine weit geringere Größe hat als die erforderliche Verminderung der Normalgeschwindigkeit bis zu der Grenze, bei welcher der innere Spurkranz anstreift. Hieraus folgt mithin, daß, wenn eine Curve für die regelmäßig in ihr vorkommende Geschwindigkeit völlig richtig gebaut ist, d. h., so daß sie für diese Geschwindigkeit das Krümmungshinderniß = 0 ergiebt, so wird dennoch in einzelnen Fällen weit häufiger ein Anstreifen des äußern als des innern Spurkranzes Statt finden. Erblickt man daher auf einer schon lange in Betrieb gesetzten Bahn die Spuren vom Anstreifen des Spurkranzes an der Kante der äußern Schiene einer Curve weit

häufiger als an der Kante der innern Schiene, so würde es gleichwohl irrig sein, lediglich hieraus den Schluß zu ziehen, daß die Erhöhung der äußern Schiene für die in solcher Curve regelmäßig vorkommende Geschwindigkeit zu gering sei, und, wie nicht selten geschieht, demgemäß diese Schiene fernerweitig zu erhöhen.

Es zeigt sich hierin ein Beispiel, wie ein vermeinter schlagender Beweis der Empirie durch den Augenschein dennoch auf einem Irrthume beruhen kann.

Tafel I.

Für verschiedene Längen der Krümmungshalbmesser und für verschiedene Geschwindigkeiten berechnete Dimensionen in Zollen.

Bei Längen der Krümmungshalbmesser	1) Der erforderlichen Erhöhung der äußern über die innere Schiene, damit der äußere Spurkranz, ohne einen Druck auszuüben, seitwärts die äußere Schiene berühre. Bei Geschwindigkeiten von						2) Der erforderlichen Erhöhung der äußern über die innere Schiene, zu Erlangung einer rein wälzenden Bewegung beider Räder. Bei Geschwindigkeiten von						3) Des Abstandes des äußern Spurkranzes von der äußern Schiene, wenn beide Räder eine rein wälzende Bewegung besitzen. Bei Geschwindigkeiten von						4) Des Unterschiedes der beiden erforderlichen Erhöhungen der äußern Schiene
	10 Fuß	20 Fuß	30 Fuß	40 Fuß	50 Fuß	60 Fuß	10 Fuß	20 Fuß	30 Fuß	40 Fuß	50 Fuß	60 Fuß	10 Fuß	20 Fuß	30 Fuß	40 Fuß	50 Fuß	60 Fuß	
10000 Fuß	–0,13	–0,07	0,01	0,14	0,30	0,49	0,01	0,06	0,15	0,27	0,43	0,62	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	0,136
8000 „	–0,12	–0,06	0,05	0,21	0,41	0,65	0,01	0,08	0,19	0,34	0,54	0,78	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47	0,134
6000 „	–0,12	–0,03	0,12	0,32	0,59	0,91	0,02	0,10	0,25	0,45	0,72	1,04	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46	0,131
5000 „	–0,11	–0,005	0,17	0,42	0,74	1,12	0,02	0,12	0,30	0,55	0,86	1,25	0,45	0,45	0,45	0,45	6,45	0,45	0,128
4000 „	–0,10	0,03	0,25	0,56	0,96	1,44	0,02	0,15	0,37	0,68	1,08	1,56	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	0,123
3000 „	–0,09	0,09	0,37	0,79	1,32	1,96	0,03	0,21	0,49	0,91	1,44	2,08	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,116
2000 „	–0,06	0,21	0,65	1,26	2,06	3,02	0,05	0,31	0,75	1,36	2,16	3,12	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,102
1000 „	0,03	0,56	1,44	2,67	4,26	6,18	0,09	0,62	1,49	2,73	4,32	6,24	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,058
800 „	0,08	0,73	1,83	3,37	5,37	7,76	0,11	0,77	1,87	3,41	5,40	7,80	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,036
600 „	0,15	1,05	2,49	4,54	7,20	10,40	0,15	1,05	2,49	4,54	7,20	10,40	0	0	0	0	0	0	0
	Die obigen Geschwindigkeiten betragen in Englischen Meilen per Stunde																		
	6,82	13,64	20,45	27,27	34,09	40,91	6,82	13,64	20,45	27,27	34,09	40,91	6,82	13,64	20,45	27,27	34,09	40,91	

Tafel II.

Größe der Bewegungshindernisse, welche durch die Bahnkrümmungen entstehen bei verschiedenen Krümmungshalbmessern von 10000 bis 600 Fuß Länge, wenn die wirklich Statt findende Geschwindigkeit der Transporte kleiner ist als diejenige Geschwindigkeit, bei welcher in der Curve das Bewegungshinderniß der Krümmung = 0 ist, und die Radhöhe = 3 Fuß beträgt.

Die Größe des jedesmaligen Bewegungshindernisses ist angegeben in Decimaltheilen vom Gewichte des Wagens. In denjenigen Fällen, wenn der Spurkranz des innern Rades an die innere Schiene streift, und dadurch eine Vermehrung des Bewegungshindernisses hervorgebracht ist, zeigt dieses ein den Zahlen beigefügtes Sternchen an.

1) Für den Krümmungshalbmesser 10000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit					
	60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,002597	* 0,001930	* 0,001385	0,00078	0,00029	0
20 „	* 0,002415	* 0,001749	0,00117	0,00049	0	
30 „	* 0,002112	* 0,001445	0,00068	0		
40 „	* 0,001688	0,00088	0			
50 „	0,00107	0				
60 „	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	66,1 Fuß	57,2 Fuß	48,7 Fuß	40,9 Fuß	34,3 Fuß	29,6 Fuß

2) Für den Krümmungshalbmesser 8000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit 60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,003130	* 0,002296	* 0,001615	0,000969	0,00036	0
20 "	* 0,002902	* 0,002070	* 0,001387	0,00061	0	
30 "	* 0,002524	* 0,001690	0,00085	0		
40 "	* 0,001993	0,001097	0			
50 "	* 0,001311	0				
60 "	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	64,9 Fuß	55,8 Fuß	47,0 Fuß	38,9 Fuß	31,8 Fuß	26,6 Fuß

3) Für den Krümmungshalbmesser 6000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit 60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,004020	* 0,002909	* 0,002368	* 0,001294	0,000486	0
20 "	* 0,003717	* 0,002607	* 0,001987	0,000809	0	
30 "	* 0,003213	* 0,002101	0,001137	0		
40 "	* 0,002506	* 0,001609	0			
50 "	* 0,001596	0				
60 "	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	63,6 Fuß	54,3 Fuß	45,2 Fuß	36,7 Fuß	29,1 Fuß	23,4 Fuß

4) Für den Krümmungshalbmesser 5000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit 60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,004736	* 0,003402	* 0,002312	* 0,001464	0,000582	0
20 "	* 0,004372	* 0,003040	* 0,001948	0,000973	0	
30 "	* 0,003766	* 0,002432	* 0,001342	0		
40 "	* 0,002918	* 0,001584	0			
50 "	* 0,001826	0				
60 "	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	62,9 Fuß	53,5 Fuß	44,3 Fuß	35,5 Fuß	27,6 Fuß	21,5 Fuß

5) Für den Krümmungshalbmesser 4000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit 60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	*0,005806	*0,004138	*0,002776	*0,001716	0,000729	0
20 "	*0,005350	*0,003686	*0,002320	0,001219	0	
30 "	*0,004594	*0,002926	*0,001562	0		
40 "	*0,003532	*0,001866	0			
50 "	*0,002168	0				
60 "	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	62,3 Fuß	52,7 Fuß	43,4 Fuß	34,4 Fuß	26,1 Fuß	19,5 Fuß

6) Für den Krümmungshalbmesser 3000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit 60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	*0,007587	*0,005365	*0,004283	*0,002135	0,000973	0
20 "	*0,006981	*0,004761	*0,003521	*0,001529	0	
30 "	*0,005973	*0,003749	*0,001969	0		
40 "	*0,004559	*0,002765	0			
50 "	*0,002739	0				
60 "	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	61,6 Fuß	51,9 Fuß	42,4 Fuß	33,1 Fuß	24,5 Fuß	17,3 Fuß

7) Für den Krümmungshalbmesser 2000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit 60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	*0,011154	*0,007819	*0,005094	*0,002974	*0,001459	0
20 "	*0,010244	*0,006914	*0,004184	*0,002064	0	
30 "	*0,008729	*0,005394	*0,002669	0		
40 "	*0,006609	*0,003274	0			
50 "	*0,003879	0				
60 "	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	61,0 Fuß	51,1 Fuß	41,4 Fuß	31,9 Fuß	22,7 Fuß	14,7 Fuß

8) Für den Krümmungshalbmesser 1000 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit					
	60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,021850	* 0,015180	* 0,009730	* 0,005490	* 0,002460	0
20 „	* 0,020030	* 0,013370	* 0,007910	* 0,003670	0	
30 „	* 0,017000	* 0,010330	* 0,004880	0		
40 „	* 0,012760	* 0,006090	0			
50 „	* 0,007300	0				
60 „	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	60,3 Fuß	50,3 Fuß	40,4 Fuß	30,5 Fuß	20,8 Fuß	11,5 Fuß

9) Für den Krümmungshalbmesser 800 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit					
	60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,027201	* 0,018861	* 0,012051	* 0,006751	* 0,002961	0
20 „	* 0,024921	* 0,016601	* 0,009771	* 0,004471	0	
30 „	* 0,021141	* 0,012801	* 0,005981	0		
40 „	* 0,015831	* 0,007501	0			
50 „	* 0,009011	0				
60 „	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	60,1 Fuß	50,2 Fuß	40,2 Fuß	30,3 Fuß	20,4 Fuß	10,8 Fuß

10) Für den Krümmungshalbmesser 600 Fuß.

Die Geschwindigkeit der Transporte beträgt.	Die Curve giebt das Bewegungshinderniß = 0 für die Geschwindigkeit					
	60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß
10 Fuß	* 0,036103	* 0,024993	* 0,019583	* 0,008843	* 0,003793	0
20 „	* 0,033073	* 0,021973	* 0,015773	* 0,005813	0	
30 „	* 0,028033	* 0,016913	* 0,008013	0		
40 „	* 0,020963	* 0,011993	0			
50 „	* 0,011863	0				
60 „	0					
Die größte zulässige Geschwindigkeit beträgt =	60 Fuß	50 Fuß	40 Fuß	30 Fuß	20 Fuß	10 Fuß

Förster Bu

Gluender, G. F.

Abhandlung über die Bewegungshindernisse in den Krümmungen der Eisenbahnen ; Anwendungen dieser Untersuchungen bei nächster Bestimmung der Lage von Eisenbahnlinien, der Einrichtung ihrer Krümmungen und des Transportbetriebes auf denselben. Zunächst als Erläuterungen zu Pambour's

Hannover 1846

A.hydr. 616
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10060123-0